

雙自適應擴展式卡爾曼濾波於鋰離子電池電荷狀態動態估測之研究

廖育陞、徐秉均、陳霽璋、劉恩睿*

摘要

全球電動車市場快速發展，鋰離子電池因具高能量密度與長壽命，成為主流動力來源。在電池管理系統(Battery Management System, BMS)中，準確估測充電狀態(State of Charge, SOC)為核心，影響續航預估與電池安全壽命。

目前多採用擴展卡爾曼濾波器(Extended Kalman Filter, EKF)進行SOC估測，透過泰勒展開將非線性系統線性化並結合量測數據推算狀態。但EKF依賴模型精度、對雜訊敏感，且線性化易產生誤差，在動態負載或複雜情境下可靠性下降。

本研究提出自適應SOC估測方法，先以遺忘因子遞迴最小平方法(Forgotten Factor Recursive Least Squares, FFRLS)即時辨識模型參數；再導入雙自適應擴展卡爾曼濾波器(Dual Adaptive Extended Kalman Filter, DAEKF)進行動態估測。DAEKF可依量測數據調整過程與量測雜訊協方差，在非線性與不確定環境中維持精度。

實驗結果顯示，結合FFRLS與DAEKF具快速穩健運算效能，可提升SOC估測精度與適應力，確保電動車在各條件下的效能與安全，並提供具應用潛力的技術途徑。

關鍵字：雙自適應擴展卡爾曼濾波器、遺忘因子遞迴最小平方法、電荷狀態估測、鋰離子電池、電池參數辨識

廖育陞，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，Email: 11325107@gm.nttu.edu.tw

徐秉均，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，Email: 11325130@gm.nttu.edu.tw

陳霽璋，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，Email: 11222113@gm.nttu.edu.tw

劉恩睿(通訊作者)，國立臺東大學綠能與資訊科技學系助理教授，Email: ejliu@nttu.edu.tw

Dual Adaptive Extended Kalman Filter for Dynamic State of Charge Estimation of Lithium-Ion Batteries

Yu-Sheng Liao, Ping-Chun Hsu, Pei-Zhang Chen, En-Jui Liu *

Abstract

With the rapid growth of the global electric vehicle market, lithium-ion batteries become the dominant power source due to their high energy density and long cycle life. In battery management system (BMS), accurate estimation of the state of charge (SOC) is the key technique which directly attests driving range prediction as well as battery safety and lifespan.

At present, the extended Kalman filter (EKF) is widely used for SOC estimation in practical applications. It linearizes nonlinear systems through Taylor series expansion and combines model predictions with measurement data to estimate system states. However, the EKF heavily depends on model accuracy, is sensitive to measurement noise, and may introduce linearization errors. Under dynamic load conditions or complex driving scenarios, its reliability can degrade significantly.

To improve adaptability and estimation accuracy, this study proposes an adaptive SOC estimation framework. First, forgetting factor recursive least squares (FFRLS) method is employed to identify battery model parameters in real time, allowing the model to closely track actual operating conditions. The identified parameters are then incorporated into dual adaptive extended Kalman filter (DAEKF) for dynamic SOC estimation. The DAEKF adaptively updates the process and measurement noise covariance matrices based on incoming measurements, enabling robust and accurate estimation under highly nonlinear and uncertain environments.

Experimental results demonstrate that the proposed FFRLS-DAEKF approach achieves fast and stable computational performance, significantly improving SOC estimation accuracy and environmental adaptability. This ensures reliable operation and safety of electric vehicles under various driving conditions and provides a practical and promising solution for advanced battery management systems.

Keywords: Dual Adaptive Extended Kalman Filter, Forgetting Factor Recursive Least Squares, State of Charge Estimation, Lithium-Ion Batteries, Battery Parameter Identification

Yu-Sheng Liao, student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University. Email: 11325107@gm.nttu.edu.tw

Ping-Chun Hsu, student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University. Email: 11325130@gm.nttu.edu.tw

Pei-Zhang Chen, student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University. Email: 11222113@gm.nttu.edu.tw

En-Jui Liu (Corresponding Author), Assistant Professor, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University. Email: ejliu@nttu.edu.tw

壹、前言

伴隨全球能源轉型的腳步與電動車產業的蓬勃發展，鋰離子電池憑藉著高能量密度、長效循環壽命、優異的輸出功率及高度可靠性，已成為電動車與各類儲能系統不可或缺的核心動力來源。然而，在實際運作時，電池的內部狀態會受到負載起伏、環境溫度變化及自身老化等諸多條件干擾，導致其荷電狀態無法被直接量測。SOC 是衡量電池剩餘電量的關鍵指標，不僅攸關能源分配、電池壽命及安全防護，也直接影響電動車的性表現與整體能量管理機制。因此，開發一套兼具高精準度、強大適應性且能即時反應的 SOC 估測技術，已成為電池管理系統領域的重要研究焦點。

過去常見的 SOC 估算技術多仰賴安時積分法(Coulomb Counting, CC)與開路電壓法 (Open Circuit Voltage, OCV)。安時積分法藉由計算電流隨時間的累積量來推估 SOC，作法簡單且運算負擔低，但其結果極度依賴準確的初始 SOC 值，且隨時間推移容易產生嚴重的累積誤差。相對地，開路電壓法是透過對照 SOC 與開路電壓的關係表來進行估測，雖具備較高的準確性，卻需要讓電池長時間靜置以獲取穩定的電壓值，且易受負載、溫度及老化等條件干擾，難以符合即時監測的要求。既然單靠傳統方法無法同時滿足準確度、即時性與環境適應力的需求，結合電池等效電路模型 (Equivalent Circuit Model, ECM) 與狀態估計演算法的 SOC 估測技術便順理成章地成為當前的主流趨勢。

傳統的卡爾曼濾波器 (Kalman Filter, KF) 雖能透過不斷地預測與更新來尋求最佳的狀態估計，但其主要針對線性系統，面對鋰電池這類具高度非線性特徵的系統時存在侷限。為突破此瓶頸，擴展卡爾曼濾波器利用一階泰勒展開式將非線性系統近似為線性，成功應用於鋰電池的 SOC 估測並提高了準確度。然而，EKF 的表現仍受制於過程噪聲矩陣 (Q)與量測噪聲矩陣(R)的初始設定，若參數設定不當，易引發濾波器發散或精準度下滑。為了解決這個問題，自適應擴展卡爾曼濾波器 (Adaptive Extended Kalman Filter, AEKF) 加入了在線動態調整噪聲參數的機制，能根據實際運作狀態進行修正，提升了面對複雜工況時的穩定性與準確度。更進一步發展出的雙自適應擴展卡爾曼濾波器，則採用了雙層的自適應架構，不僅能即時微調噪聲參數，還能針對第一層的濾波結果進行二次校正，以將 SOC 的估測誤差降至最低。

為能精確捕捉鋰離子電池內部的極化反應與動態變化，本研究選用「二階 RC 等效電路模型」，透過兩組 RC 並聯網絡來更細緻、完整地模擬電池在真實運作下的動態行為。同時，搭配具備遺忘因子遞迴最小平方方法來進行電池模型參數的即時線上辨識，並將最新獲取的參數同步匯入 DAEKF 演算法中。這種作法讓 SOC 的估算能緊密跟隨電池特性、操作條件與老化狀態的改變進行動態微調，進而大幅強化估測結果的精確度、即時反應能力與系統整體的穩定性。

本研究提出了一套結合 FFRLS 與 DAEKF 演算法的 SOC 估測方案，期盼能為電動車與儲能設備提供一種高精準、具備強大環境適應能力且穩定可靠的電量監控技術。此技術不僅能優化鋰電池管理系統的綜合表現、延長電池服役壽命，更能保障行車安全與能源的使用效率。與傳統的安時積分法或開路電壓法相比，本方法不僅突破了過往的應用限制，更有效克服了 EKF 在非線性系統中容易受噪聲參數干擾的缺陷，為 BMS 領域的 SOC 估算提供了一個極具實用價值且切實可行的解決途徑。

AEKF 解決了 EKF 需要依賴工程師「手動調校」噪音矩陣的痛點，讓系統具備自動適應工況的能力。而 DAEKF 則是將這種動態適應能力發揮到了極致，利用「雙層遞迴、反覆校正」的架構，將剩餘電量的估測誤差壓縮到了極低的水平，是三者中準確度與適應力表現最優異的演算法。

貳、文獻回顧

伴隨全球能源轉型的推進與電動車技術的發展，鋰電池憑藉其高能量密度、優異的可靠度及長效壽命，成為當今儲能設備與電動車的動力核心。為了保障電池安全且高效地運作，電池管理系統發揮著至關重要的作用。其中，荷電狀態是評估電池剩餘電量的核心指標，直接關係到整車的能量分配、電池壽命及安全防護。精準估算 SOC 不僅有助於最佳化能源使用效率，更能避免電池因過度充電或深度放電而加速老化，進而延長使用壽命並提升整體系統穩定性。因此，研發具備高精準度且適應力強的 SOC 估測技術，成為當前學術與產業界的研究焦點。

檢視現有的 SOC 估測手法，安時積分法與開路電壓法是最普遍被採用的兩種策略。安時積分法(Baccouche, Jemmali, Mlayah, Manai & Amara, 2018) 主要透過對電流隨時間的累積量進行積分來換算 SOC，其優勢在於演算法直觀、且只需讀取電流數據即可執行。然而，此方法的問題在於過度依賴初始 SOC 值；一旦初始值存在偏差，誤差會隨時間累加，最終導致估測結果嚴重失真。另一方面，開路電壓法(Xiong, Cao, Yu, He, & Sun, 2017)則是利用電池開路電壓與 SOC 的對應關係，透過查表來推算當下的電量。儘管原理單純，但電池必須經過長時間靜置才能測得穩定的開路電壓，這使得該方法無法應用於需要即時監控的動態場景。

為了解決上述問題並提升估測的可靠度，學界開始轉向基於等效電路模型的研究途徑。ECM 能夠將電池內部複雜的電化學反應轉化為直觀的電路元件組合。為求更精確地捕捉電池內部的極化效應與動態特性，本研究採用二階等效電路模型。二階 RC 模型不僅能精準模擬電池的非線性動態行為，同時在參數辨識的難易度與運算複雜度之間取得了優異的平衡，因此成為高精度動態估測的理想選擇。

在電池參數辨識方面，本研究導入了具備遺忘因子遞迴最小平方法 (Feng, Wu, Huang, Lu, & Zhang, 2021)。FFRLS 具備強大的即時更新特性，能妥善解決電池動態模型中的參數辨識難題。透過引入「遺忘因子」機制，該演算法能適度降低舊有歷史數據的權重，並強化對最新量測數據的敏感度，進而確保模型參數能隨時反映電池的真實狀態，大幅提升整體的準確性。

針對狀態估計，卡爾曼濾波器(Khodarahmi & Maihami, 2023)是一種專為線性系統設計的最佳化估測演算法，主要透過歷史與當下數據來推估系統狀態。其核心運作包含「預測」與「更新」兩大步驟：首先在預測階段，利用先前的狀態資訊與系統模型推算出現有時刻的先驗估測值；接著在更新階段，將此先驗值與實際觀測數據進行比對，並藉由計算卡爾曼增益 (Kalman Gain) 來分配最佳權重，藉此得出最準確的後驗估測值。這個後驗值隨後會成為下一輪計算的起點，形成不斷循環的遞迴過程，讓系統能隨新數據的輸入持續自我修正。不過，傳統 KF 雖然在線性系統表現優異，但面對如鋰離子電池這類具備高度非線性特徵的系統時，其準確度往往會大打折扣。

為解決非線性問題，擴展卡爾曼濾波器應運而生。EKF 以傳統 KF 為基礎，利用一階泰勒展開式將非線性的系統動態方程式近似為線性模型，進而執行狀態估計。然而，EKF 也存在明顯的缺陷：其過程噪聲協方差矩陣(Q)與量測噪聲協方差矩陣(R)通常需要人工設定。這種固定的參數設定方式，使得演算法在複雜的 SOC 估測環境中難以時刻保持最佳狀態，進而拖累了估測的精確度與系統穩定性。為了擺脫 EKF 必須手動調校 Q 與 R 矩陣的困境，(Sun, Yu, Wang, Zhang, Huang, Zhou & Bhagat, 2021)進一步提出了自適應擴展卡爾曼濾波器。AEKF 在 EKF 的架構中植入了自適應機制，能夠根據系統運行時產生的實際誤差，即時且動態地修正過程噪聲與量測噪聲參數。這項改良不僅強化了 SOC 估算結果的精準度與抗干擾能力，也讓演算法能更從容地應對電池在各種複雜工况下所展現的非線性變化。

雙自適應擴展卡爾曼濾波器在 AEKF 的基礎上再進化，增設了第二層的自適應濾波機制，構築出雙層遞迴的運算架構。憑藉這項雙層設計，DAEKF 即使面對變化劇烈的運作條件與複雜的非線性干擾，依然能大幅提升 SOC 估測的準確性與強健性，從而為電動車的電池管理系統提供一套更為堅實、可靠的電量監控解決方案。

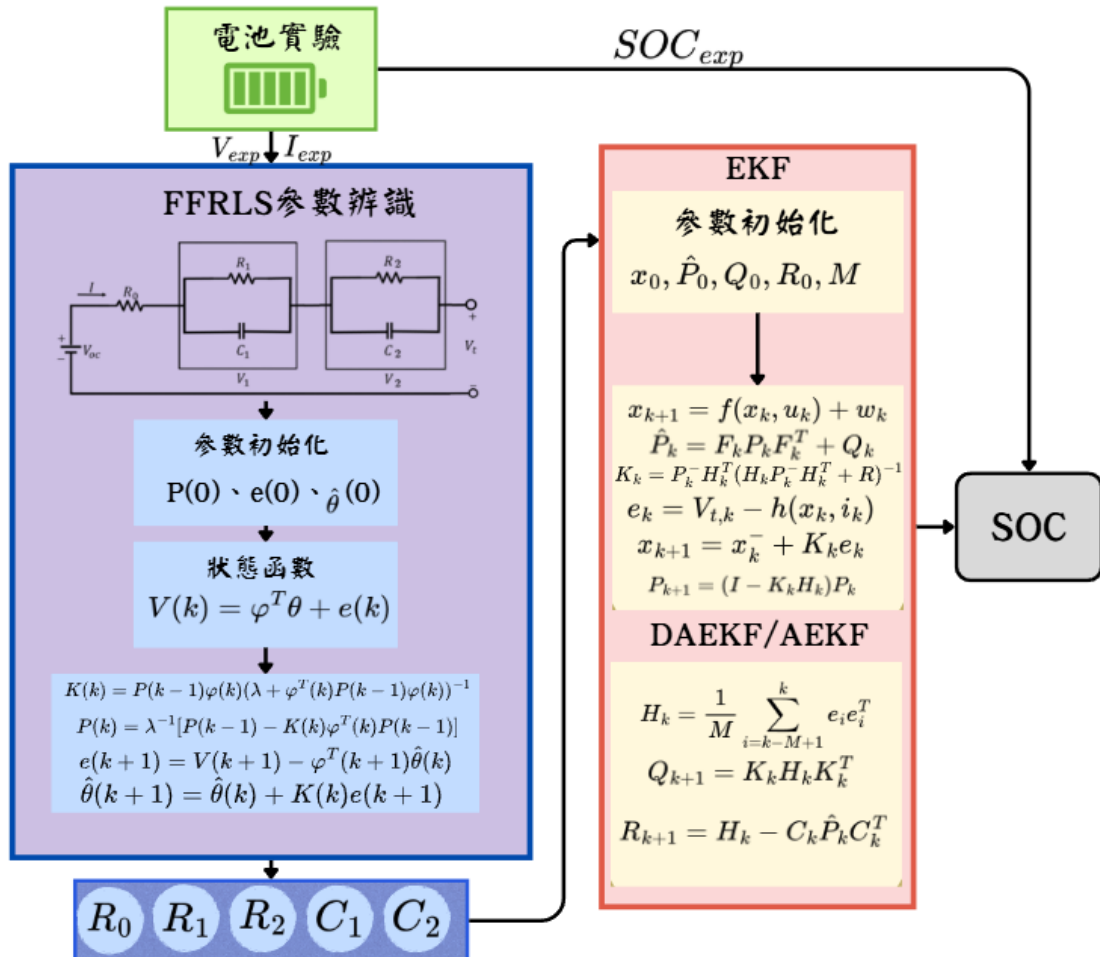


圖 1 研究流程圖

參、研究方法

一、建置電池實驗

本次實驗使用 INR 18650-20R 電池(Chen, K., Pang, H., Nan, W., Wang, F., Yang, S., & Liu, J, 2024)如圖 2，表 1 為電池的產品規格。



圖 2 INR 18650-20R 電池

表 1

INR18650-20R 電池規格

Battery (Parameters)	Specifications (Value)
Capacity Rating	2000 mAh
Cell Chemistry	LiNiMnCo/Graphite
Weight (w/o safety circuit)	45 g
Diameter	18.33 mm $\pm$ 0.07 mm
Length	64.85 mm $\pm$ 0.15 mm
Special Notes	Tab length not included in the dimensions

二、電池建模

本研究選用二階 RC 等效電路作為電池模型，如圖 3 所示。該模型能夠有效描述鋰離子電池的動態特性，適用於狀態估計及電池管理系統開發。圖中， V_{oc} 表示電池的開路電壓， V_t 為端電壓， I 為電池的充放電電流， R_0 為歐姆內阻。 R_1 與 C_1 分別代表電化學極化電阻和極化電容， R_2 與 C_2 則對應濃差極化過程中的擴散電阻和擴散電容。 V_1 和 V_2 分別為兩個 RC 並聯環節兩端的電壓。電池的電氣行為可由以下方程式表述：

$$V_t = V_{oc} - V_1 - V_2 - IR_0 \quad (1)$$

$$V_1 = \frac{I}{C_1} - \frac{V_1}{R_1 C_1} \quad (2)$$

$$V_2 = \frac{I}{C_2} - \frac{V_2}{R_2 C_2} \quad (3)$$

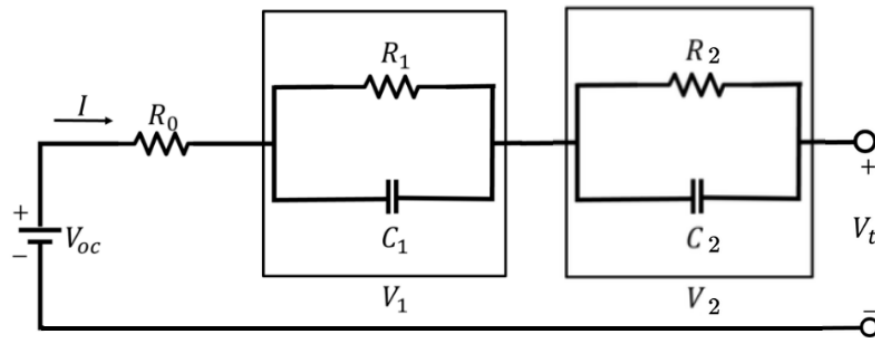


圖 3 二階 RC 電路模型

三、遞迴最小平方方法(Recursive Least Squares, RLS)

RLS 為一種基於線性數學模型之參數識別方法，能在獲取新的輸入數據時，即時調整模型中的參數。該演算法無需重新處理所有歷史資料，而是依據先前的估計結果，結合新觀測值進行更新。藉由 RLS 的即時參數調校能力，可在估算 SOC 的過程中有效降低模型與電池實際行為之間的誤差。RLS 的核心計算式如(4)至(7)所示：

$$K(k) = P(k-1)\varphi(k)(1 + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k))^{-1} \quad (4)$$

$$P(k) = [P(k-1) - K(k)\varphi^T(k)P(k-1)] \quad (5)$$

$$e(k+1) = V(k+1) - \varphi^T(k+1)\hat{\theta}(k) \quad (6)$$

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K(k)e(k+1) \quad (7)$$

四、遺忘因子遞迴最小平方方法 (Forgetting Factor Recursive Least Squares, FFRLS)

FFRLS 是在 RLS 基礎上引入遺忘因子所發展之方法。由於 RLS 存在數據飽和問題，隨著迭代次數增加與歷史資料持續累積，增益矩陣 K 與誤差協方差矩陣 P 會越來越小，導致新進數據無法有效修正模型參數，進而降低參數識別之準確性。為提升參數識別效果，須考量當前資料與歷史資料對模型參數之影響權重，因此引入遺忘因子 $\lambda(0 < \lambda < 1)$ ，以調整新舊數據之權重，通常設定於 0.95 至 1 之間，以減緩歷史數據之累積效應，避免數據飽和現象。 λ 值越小，代表新數據所佔權重越大，系統追蹤能力越強，但參數識別結果之波動也越大；反之， λ 值越大，則舊數據權重越高，系統追蹤能力較弱，但參數識別結果較為平穩。FFRLS 之計算流程如下。首先，將二階 RC 等效電路模型之狀態方程式(1)進行拉普拉斯轉換，於 s 域中表示為式(8)：

$$V_{oc}(s) - V_t(s) = I(s) \left(R_0 + \frac{R_1}{R_1 C_1 s + 1} + \frac{R_2}{R_2 C_2 s + 1} \right) \quad (8)$$

其中 s 為拉普拉斯運算子，定義時間常數 $\tau_1 = R_1 C_1$ 、 $\tau_2 = R_2 C_2$ ，並令 $V(s) = V_{oc}(s) - V_t(s)$ ，可推導出電池之傳遞函數如式(9)所示。藉由式(10)所定義之係數對式(9)進行代數轉換，經簡化後可得式(11)：

$$G(s) = \frac{V(s)}{I(s)} = \left(\frac{R_0 + R_1 + R_2 + (R_0\tau_1 + R_0\tau_2 + R_2\tau_1 + R_1\tau_2)s + \tau_1\tau_2s^2}{1 + (\tau_1 + \tau_2)s + \tau_1\tau_2s^2} \right) \quad (9)$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ b = \tau_1\tau_2 \\ c = \tau_1 + \tau_2 \\ d = (R_0 + R_1 + R_2) \\ e = (R_0\tau_1 + R_0\tau_2 + R_2\tau_1 + R_1\tau_2) \end{cases} \quad (10)$$

$$G(s) = \frac{V(s)}{I(s)} = \frac{d + es + abs^2}{1 + cs + bs^2} \quad (11)$$

為確保離散化前後系統的一致性，採用雙線性轉換進行離散化，令 $s = \frac{V(s)}{I(s)} = \frac{2(1-z^{-1})}{T(1+z^{-1})}$ 。代入後可推得離散域之傳遞函數如式 (12) 所示：

$$G(Z^{-1}) = \frac{(dT^2 - 2Te + 4ab)Z^{-2} + (2dT^2 - 8ab)Z^{-1} + (dT^2 + 2Te + 4ab)}{(T^2 - 2Tc + 4b)Z^{-2} + (2T^2 - 8b)Z^{-1} + (T^2 + 2Te + 4b)} \quad (12)$$

為簡化參數識別過程中的計算，進行代數轉換，首先於式(13)中定義 K_1 至 K_5 等係數，再將其代入式(12)進行化簡，即可得到式(14)所示之離散傳遞函數：

$$\begin{cases} k_1 = \frac{(2T^2 - 8b)}{(T^2 + 2Tc + 4b)} \\ k_2 = \frac{(T^2 - 2Tc + 4b)}{(T^2 + 2Tc + 4b)} \\ k_3 = \frac{(dT^2 + 2Te + 4ab)}{(T^2 + 2Tc + 4b)} \\ k_4 = \frac{(2dT^2 - 8ab)}{(T^2 + 2Tc + 4b)} \\ k_5 = \frac{(dT^2 - 2Te + 4ab)}{(T^2 + 2Tc + 4b)} \end{cases} \quad (13)$$

$$G(Z^{-1}) = \frac{V(Z^{-1})}{I(Z^{-1})} = \frac{k_5 Z^{-2} + k_4 Z^{-1} + k_3}{1 - k_2 Z^{-2} - k_1 Z^{-1}} \quad (14)$$

在式(15)中， $V(k)$ 與 $I(k)$ 分別代表系統於時刻 k 之輸出與輸入。為便於進行參數識別，定義回歸向量 $\varphi(k)$ 與參數向量 θ ，並以 $e(k)$ 表示預測誤差。透過將式(15)與式(16)整合為式(17)，可有效應用於 FFRLS 之參數識別流程。

$$V(k) = k_1 V(k-1) + k_2 V(k-2) + k_3 V(k) + k_4 I(k-1) + k_5 I(k-2) \quad (15)$$

$$\varphi(k) = [V(k-1), V(k-2), V(k), I(k-1), I(k-2)]^T \quad (16)$$

$$\begin{cases} \theta = [k_1, k_2, k_3, k_4, k_5]^T \\ V(k) = \varphi^T \theta + e(k) \end{cases} \quad (17)$$

式(18)為增益值 K 的計算公式，該值反映了模型對先前資料與當前資料的信任程度。式(19)則用於更新誤差協方差矩陣 $P(k)$ 。在時刻 $k+1$ ，系統的實際量測值記為 $V(k+1)$ ，而由當前模型預測得到的觀測值為 $\varphi^T(k+1)\hat{\theta}(k)$ ，兩者之間的差值即為預測誤差 $e(k+1)$ ，其計算方式如式(20)所示。此處 $\hat{\theta}(k)$ 代表時間 k 時的模型先驗參數估計值。接著，將誤差 $e(k+1)$ 經由增益值加權修正後，即可獲得更新後的參數估計值 $\hat{\theta}(k+1)$ ，如式(21)所示。為使增益 $K(k)$ 能順利計算，需事先設定初始值 $\theta(0)$ 與 $P(0)$ 。一般而言， $\theta(0)$ 可任意給定；而 $P(0)$ 則設定為 αE ，其中 α 通常取為-2， E 為五階單位矩陣。

$$K(k) = P(k-1)\varphi(k)(\lambda + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k))^{-1} \quad (18)$$

$$P(k) = \lambda^{-1}[P(k-1) - K(k)\varphi^T(k)P(k-1)] \quad (19)$$

$$e(k+1) = V(k+1) - \varphi^T(k+1)\hat{\theta}(k) \quad (20)$$

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K(k)e(k+1) \quad (21)$$

由式(22)將參數識別模型改寫為以係數 a 、 b 、 c 、 d 、 e 表示之形式，並透過式(13)建立其數學關聯性。透過 FFRLS 對係數 a 、 b 、 c 、 d 、 e 進行即時估計，以求得其數值。隨後，利用式(10)與式(22)所建立之映射關係（如式(23)所示），即可推導出二階 RC 模型中之五個電池參數。

$$\begin{cases} a = \frac{k_3 + k_5 - k_4}{1 + k_1 - k_2} \\ b = \frac{T^2(1 + k_1 - k_2)}{4(1 - k_1 - k_2)} \\ c = \frac{T(1 + k_2)}{1 - k_1 - k_2} \\ d = \frac{k_3 + k_4 + k_5}{1 - k_1 - k_2} \\ e = \frac{T(k_3 - k_5)}{1 - k_1 - k_2} \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} R_1 = \frac{\tau_1(d - a) - ac - e}{\tau_1 - \tau_2} \\ R_2 = d - a - R_1 \\ C_1 = \frac{\tau_1}{R_1} \\ C_2 = \frac{\tau_2}{R_2} \\ \tau_1, \tau_2 = \frac{-c \pm \sqrt{C^2 - 4b}}{2} \end{cases} \quad (23)$$

五、擴展式卡爾曼濾波器 (Extended Kalman Filter, EKF)

EKF 是一種適用於動態系統狀態估計的方法，能在含有雜訊的量測環境中進行有效估計。在電池狀態估算的應用中，EKF 於每個時間步將非線性系統予以線性化處理，以實現狀態的預測與更新。為達成即時線性化，EKF 會分別計算狀態方程式 $f(x, i)$ 式(25)與觀測方程式 $h(x, i)$ 式(26)，再透過雅可比轉換將兩者線性化，分別得到矩陣 F 與 H ，如式(27)與式(28)所示。式(23)則定義了電池的狀態矩陣 x 。

$$x = [SOC \ V_1 \ V_2]^T \quad (24)$$

$$f(x, i) = \begin{bmatrix} i \\ -\frac{i}{3600Ah} \\ \frac{i}{C_1} - \frac{V_1}{R_1 \times C_1} \\ \frac{i}{C_2} - \frac{V_2}{R_2 \times C_2} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$h(x, i) = V_{oc} - IR_0 - V_1 - V_2 \quad (26)$$

$$F = \frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-T_s}{e^{R_1 \times C_1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-T_s}{e^{R_2 \times C_2}} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$H = \frac{\partial h}{\partial x} = \left[\frac{\partial V_{oc}}{\partial SOC} - 1 - 1 \right] \quad (28)$$

其中 T_s 表示採樣時間。EKF 在運作前需設定初始狀態 x_0 與初始誤差協方差 P_0 ，其可分為預測與校正兩個階段，分別由式(28)至式(30)描述預測步驟，以及式(31)至式(34)描述校正步驟。

$$\widehat{X}_k = f(x_{k-1}, u_k) + w_k \quad (29)$$

$$\widehat{P}_k = F_k P_k F_k^T + Q_k \quad (30)$$

在預測階段中，式(29)用以計算狀態估計的預測值。系統於時刻 k 的狀態 $\hat{x}_k$ 係根據前一時刻 $k-1$ 的狀態估計值 x_{k-1} 與當前輸入 u_k 進行預測推估，其中 u_k 表示時刻 k 的電流輸入， w_k 則為高斯過程噪聲。非線性狀態轉移函數 $f(x_{k-1}, u_k)$ 用於描述系統在時間推進過程中，狀態如何從前一時刻演變至當前時刻。式(30)則為預測步驟中誤差協方差 $\hat{P}_k$ 的更新公式，此步驟旨在利用狀態轉移矩陣 F_k 與過程噪聲協方差 Q_k 對誤差協方差進行更新。

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R)^{-1} \quad (31)$$

$$e_k = V_{t,k} - h(x_k, i_k) \quad (32)$$

$$x_{k+1}^- = x_k^- + K_k e_k \quad (33)$$

$$P_{k+1} = (I - K_k H_k) P_k \quad (34)$$

在校正階段中，式(31)為卡爾曼增益 K_k 的計算公式。 K_k 決定了量測值對預測狀態更新時的權重，代表對狀態估計的修正幅度。其中 H_k 為觀測矩陣，是由觀測方程式經線性化後所得； K_k 的設計目的在於平衡觀測誤差與狀態估計誤差之間的影響。式(33)是狀態估計的校正步驟，此過程根據實際量測對預測狀態進行修正。首先利用式(32)計算量測電壓 $V_{t,k}$ 與估計電壓 $h(x_k, i_k)$ 之間的誤差 e_k ，再經由 K_k 對狀態估計 x_k 進行加權修正，進而得到更新後的狀態估計。式(34)則為誤差協方差 P_{k+1} 的更新公式，本研究將其中的 I 設為三階單位矩陣。透過上述更新機制，可有效降低狀態估計的誤差。

六、自適應擴展卡爾曼濾波器(Adaptive Extended Kalman Filter, AEKF)

自適應擴展卡爾曼濾波器 (Xile, Caiping, & Jiuchun, 2018) 是以傳統擴展卡爾曼濾波器為基礎進行改良所發展出的一種演算法。其核心特點在於引入了自適應調整機制，使得濾波過程中的量測噪聲與過程噪聲參數能夠根據估測結果的動態變化進行即時修正。在實際運算過程中，AEKF 透過持續更新噪聲統計特性，使演算法能更有效地適應電池在不同工況下的非線性行為，進一步提升電池電荷狀態估算的穩定性與可靠性。AEKF 的完整演算流程如圖 4 所示，其中量測噪聲與過程噪聲參數的自適應更新機制分別以式(36)與式(37)表示。式(35)中， H_k 為根據實際量測電壓與估計電壓之間的差值所計算出的創新協方差矩陣，而 M 則代表移動資料窗口的大小。

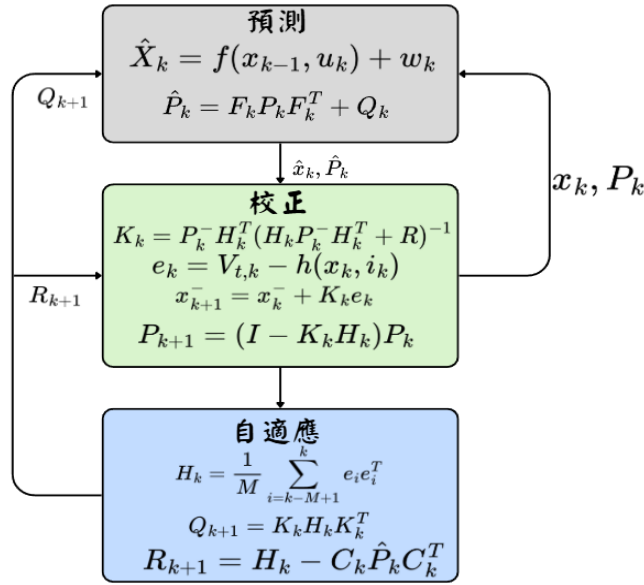


圖 4 AEKF 演算法流程

$$H_k = \frac{1}{M} \sum_{i=k-M+1}^k e_i e_i^T \quad (35)$$

$$Q_{k+1} = K_k H_k K_k^T \quad (36)$$

$$R_{k+1} = H_k - C_k \hat{P}_k C_k^T \quad (37)$$

七、雙自適應擴展卡爾曼濾波器(Dual Adaptive Extended Kalman Filter, DAEKF)

雙自適應擴展卡爾曼濾波器是一種在自適應擴展卡爾曼濾波器(EKF)基礎上所發展出的進階狀態估計技術。其核心概念是在 AEKF 的既有架構中，加入第二層自適應機制，構成一個具有雙重遞迴校正功能的濾波結構。透過此雙層架構，DAEKF 能根據即時量測資料，動態調整過程噪聲與量測噪聲的統計特性，從而持續修正與優化電池 SOC 的估計結果。DAEKF 的完整運算流程如圖 5 所示。

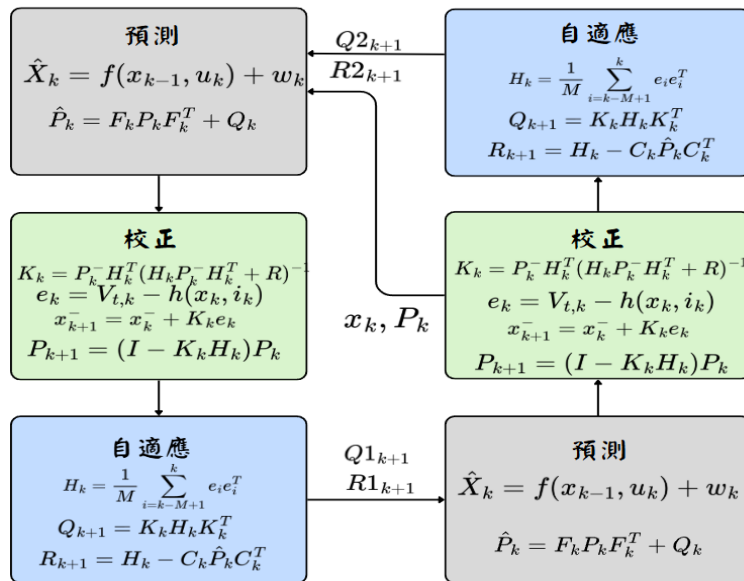


圖 5 DAEKF 演算法流程

八、動態應力測試(Dynamic Stress Test, DST)

動態應力測試是一套由美國先進電池聯盟 (United States Advanced Battery Consortium, USABC) 所主導制定的標準化電池測試方法，旨在評估電動車電池於動態操作下的效能表現。相較於傳統的恆定電流充放電測試，DST 更加強調測試的真實性與動態響應特性，其測試設計基於實際電動車在城市駕駛環境中的功率需求曲線，能更準確地反映電池在真實行駛過程中，因頻繁加減速所造成的內部化學反應與電壓變化。

為了更精確地模擬駕駛者在都會區交通情境下的電池負載行為，DST 將複雜的聯邦城市駕駛循環 (Federal Urban Driving Schedule, FUDS) 數據簡化，轉換為一系列具有代表性的功率階梯 (Power steps)。每個測試循環（通常為 360 秒）皆包含不同強度的放電（模擬車輛加速與巡航）、充電（模擬再生煞車能量回收）以及靜置時間（模擬停等紅燈），以模擬城市道路中頻繁走走停停的多種真實交通場景，從而提升電池測試結果的代表性與演算法驗證的準確性。基於對實際駕駛功率分佈的統計分析，這些功率階梯最終被整合形成標準化的動態測試循環 (USABC, 1996)，成為驗證電池管理系統中荷電狀態估算準確度的核心基準。

肆、結果與討論

一、遺忘因子遞迴最小平方法之目標函數

本研究採用 FFRLS 進行電池參數識別後，為驗證該演算法之準確性，將識別所得之參數代入式(1)，以計算模擬電壓 V_{sim} 。式(38)中 $RMSE$ 為均方根誤差，用於評估模型殘差之分佈情況。本模型以電壓殘差作為衡量電壓誤差之指標，透過計算模擬電壓 V_{sim} 與實驗電壓 V_{exp} 間之誤差，誤差值愈低，代表參數 R_0 、 R_1 、 R_2 、 C_1 、 C_2 之估計愈精準。其中 t_{end} 表示電池實驗之總持續時間。

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{begin}^{end} (V_{exp} - V_{sim})^2}{t_{end}}} \quad (38)$$

二、不同濾波器在動態模型下 SOC 估測

表 2 為 SOC 初始值不同的 EKF、AEKF 和 DAEKF 之初始參數。

表 2

EKF、AEKF、DAEKF 之初始參數

參數	數值
P_0	$[1e-4 \ 0 \ 0; 0 \ 1e-4 \ 0; 0 \ 0 \ 1e-4]$
Q	$[1e-6 \ 0 \ 0; 0 \ 1e-6 \ 0; 0 \ 0 \ 1e-6]$
R	$1e-3$

圖 6 至圖 9 分別為 SOC 初始值為 0.5 的 SOC 估計圖、SOC 誤差圖、電壓估測圖與電壓誤差圖。

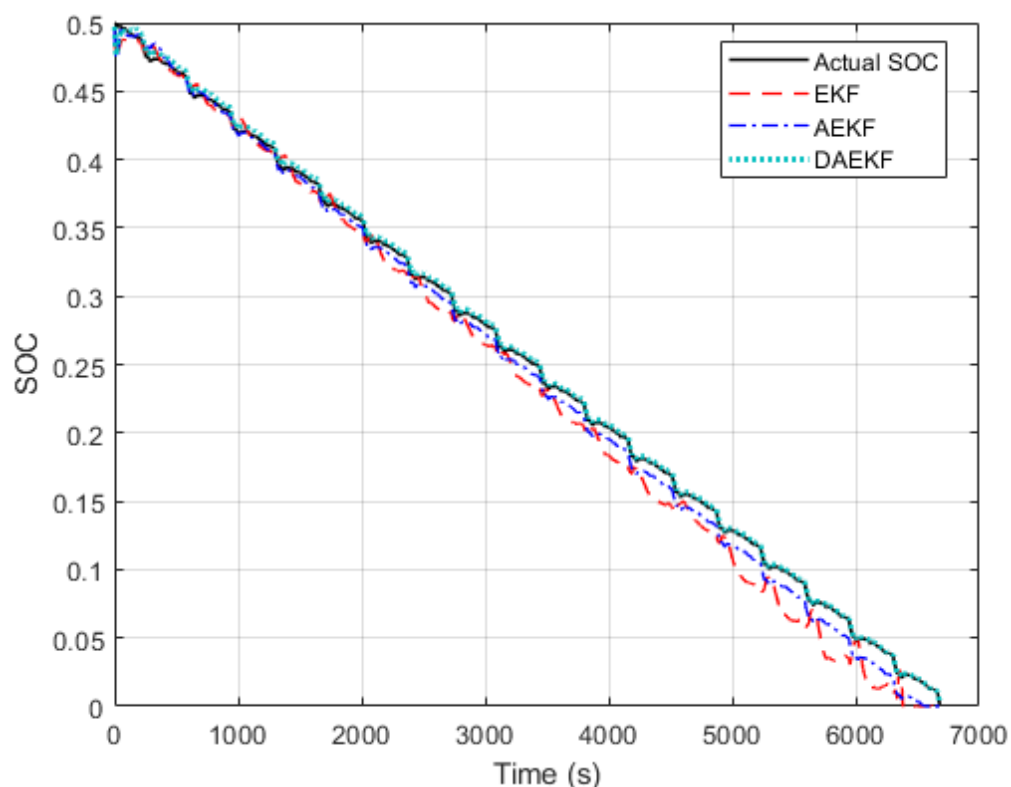


圖 6 估測動態觀測 DST 之 SOC 估測結果(SOC 初始值 0.5)

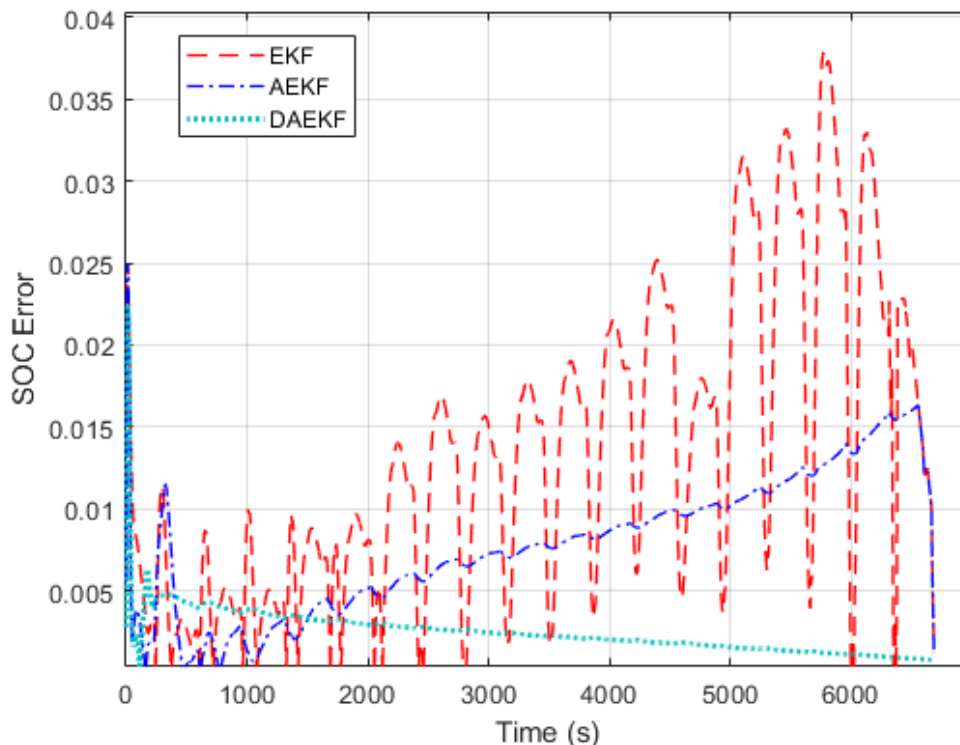


圖 7 估測動態模型 DST 之 SOC 估測誤差結果(SOC 初始值為 0.5)

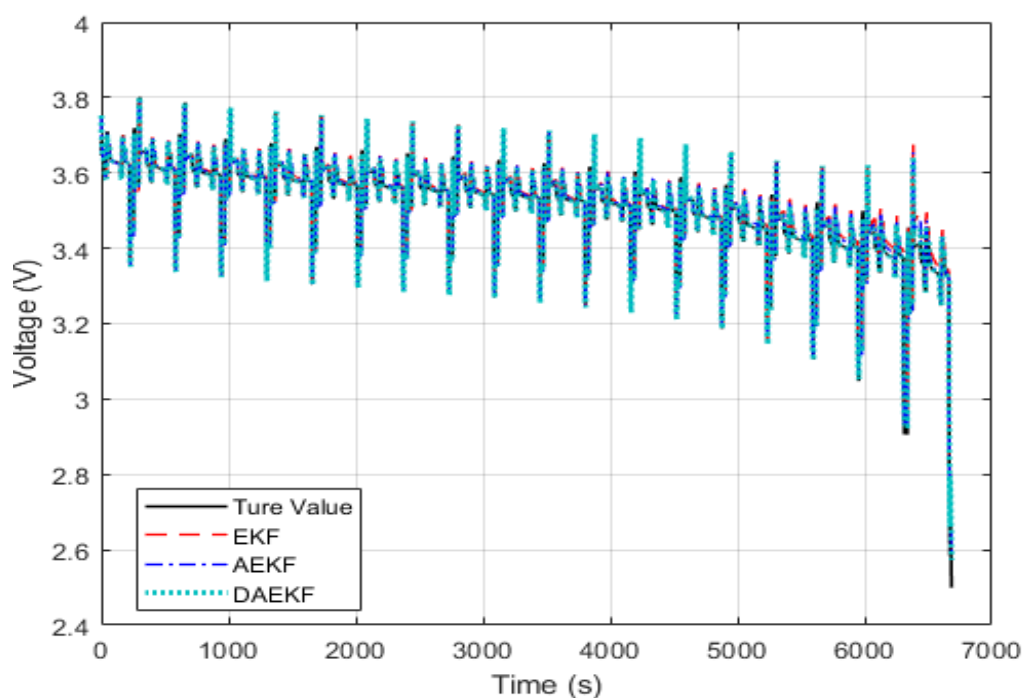


圖 8 估測動態模型 DST 之電壓估測結果(SOC 初始值為 0.5)

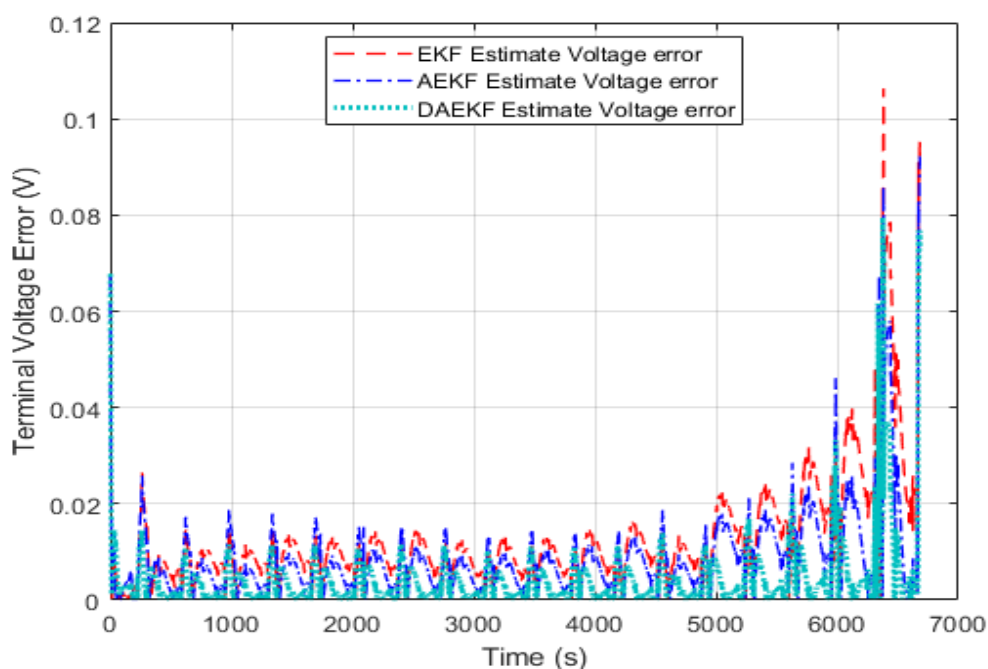


圖 9 估測動態模型 DST 之電壓估測誤差結果(SOC 初始值為 0.5)

接下來為了評估濾波器校正狀態誤差的能力，以下的分析從 0.45 的初始 SOC 開始。此設定可讓控制器根據狀態和實驗資料進行誤差修正，適應各種條件下的動態負載。其結果顯示如圖 10 至圖 13。

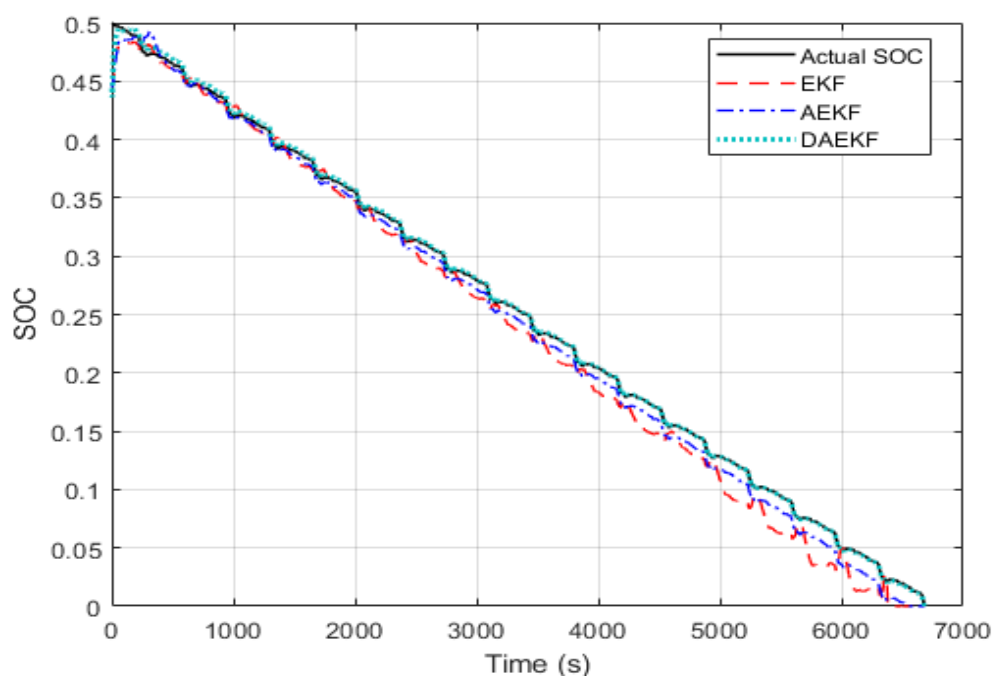


圖 10 估測動態模型 DST 之 SOC 估測結果(SOC 初始值為 0.45)

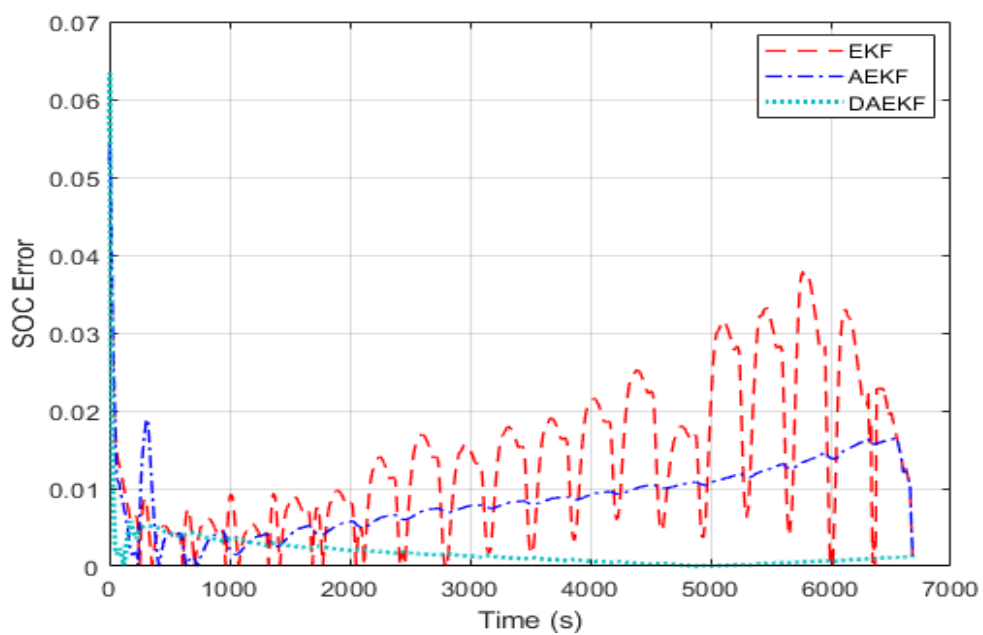


圖 11 估測動態模型 DST 之 SOC 估測誤差結果(SOC 初始值為 0.45)

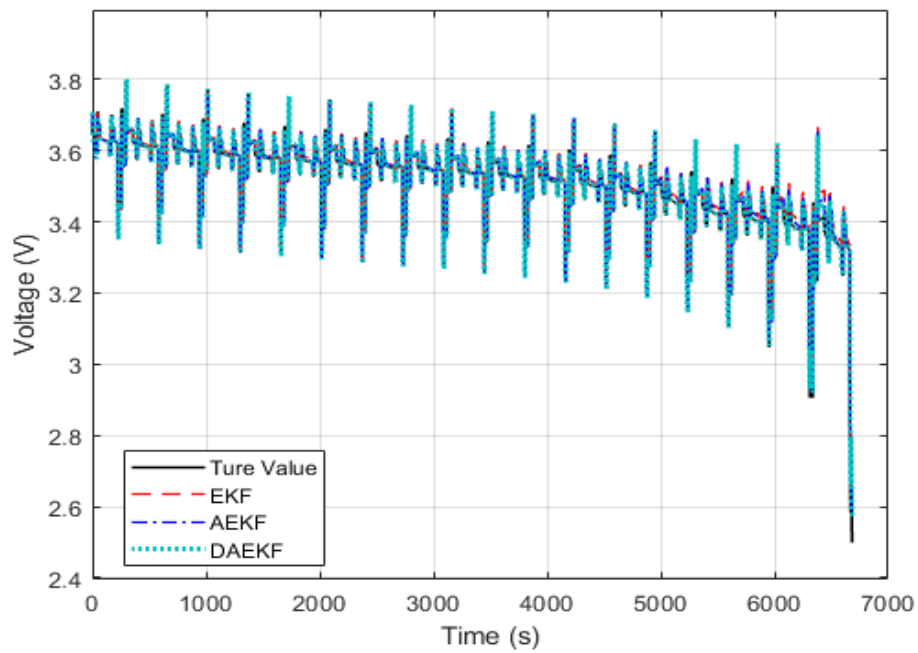


圖 12 估測動態模型 DST 之電壓估測結果(SOC 初始值為 0.45)

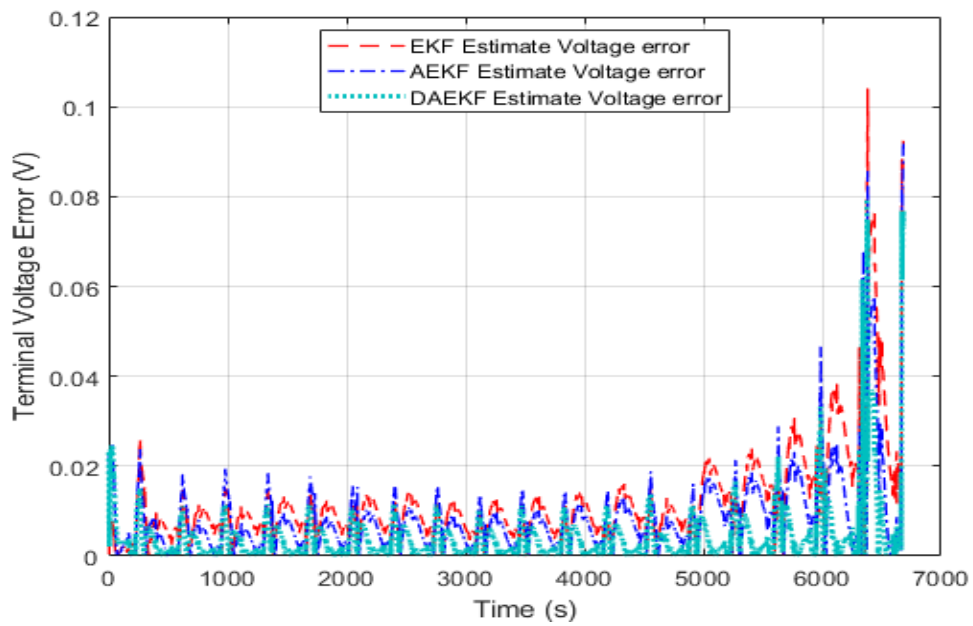


圖 13 估測動態模型 DST 之電壓估測誤差結果(SOC 初始值為 0.45)

三、討論

基於上述的實驗流程及方法，我們可以得到 EKF、AEKF、DAEKF 在不同初始狀態時對動態模型 WLTC 之 SOC 估測結果，其 RMSE 值如表 3 和表 4 所示。

表 3

初始狀態為 0.5 時估測 SOC 之 RSME

濾波器	RMSE
EKF	0.016286
AEKF	0.008830
DAEKF	0.002899

表 4

初始狀態為 0.45 時估測 SOC 之 RMSE

濾波器	RMSE
EKF	0.016600
AEKF	0.009905
DAEKF	0.003277

由以上兩表結果可知，DAEKF 在 SOC 估測的精確度上表現最佳，其次為 AEKF，再者為 EKF。

伍、結論與未來工作

本研究比較了三種演算法的表現。傳統 EKF 演算法在設定過程噪音矩陣 Q 與量測噪音矩陣 R 時，高度仰賴經驗進行手動調校；且當電池更換或參數辨識方式改變時，原設定即失效而需重新調整，導致其靈活性與適應性受限。相對地，AEKF 導入了自適應機制，能依據歷史數據與狀態變動，動態更新 Q 、 R 矩陣以自動匹配最佳參數，藉此提升估測精準度與穩健性。

更進一步，DAEKF 採用雙層自適應運算，能更精準地貼合實際的 SOC 曲線，有效縮減估測誤差。整體而言，DAEKF 在準確度與適應能力上皆超越 EKF 與 AEKF，極適合應用於電動載具等高度要求電池管理可靠度的場景。透過結合即時參數辨識與 DAEKF，將能精確估算剩餘電量，全面優化電池管理系統的安全與效能。

陸、參考文獻

- Baccouche, I., Jemmali, S., Mlayah, A., Manai, B., & Amara, N. E. B. (2018). Implementation of an improved coulomb-counting algorithm based on a piecewise soc-ocv relationship for soc estimation of li-ionbattery. arXiv preprint arXiv:1803.10654.
- Chen, K., Pang, H., Nan, W., Wang, F., Yang, S., & Liu, J. (2024). Parameter identification and state of charge estimation for lithium-ion batteries under wide temperature range. *Ionics*, 30(2), 847-862.
- Center for Advanced Life Cycle Engineering (CALCE). (n.d.). *Battery Research Data*. Retrieved from University of Maryland: <https://calce.umd.edu/data>
- FENG, J., WU, L., HUANG, K., LU, J., & ZHANG, X. (2021). Online SOC estimation of a lithium-ion battery based on FFRLS and AEKF. *Energy Storage Science and Technology*, 10(1), 242.
- Khodarahmi, M., & Maihami, V. (2023). A review on Kalman filter models. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 30(1), 727-747.
- RahmanA., & LinX. (2022). Li-ion battery individual electrode state of charge and degradation monitoring using battery casing through auto curve matching for standard CCCV charging profile. *Applied Energy*, 321, 119367.
- Sangwan, V., Kumar, R., & Rathore, A. K. (2017, October). State-of-charge estimation for li-ion battery using extended Kalman filter (EKF) and central difference Kalman filter (CDKF). In 2017 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting (pp. 1-6). IEEE.
- Sun, D., Yu, X., Wang, C., Zhang, C., Huang, R., Zhou, Q., ... & Bhagat, R. (2021). State of charge estimation for lithium-ion battery based on an Intelligent Adaptive Extended Kalman Filter with improved noise estimator. *Energy*, 214, 119025.
- Tutuianu, M., Bonnel, P., Ciuffo, B., Haniu, T., Ichikawa, N., Marotta, A., ... & Steven, H. (2015). Development of the World-wide harmonized Light duty Test Cycle (WLTC) and a possible pathway for its introduction in the European legislation. *Transportation research part D: transport and environment*, 40, 61-75.
- Xiong, R., Cao, J., Yu, Q., He, H., & Sun, F. (2017). Critical review on the battery state of charge estimation methods for electric vehicles. *Ieee Access*, 6, 1832-1843.
- Xile, D., Caiping, Z., & Jiuchun, J. (2018). Evaluation of SOC estimation method based on EKF/AEKF under noise interference. *Energy Procedia*, 152, 520-525.
- Zhao, G., & Wang, Y. (2020, October). An online model identification for state of charge estimation of lithium-ion batteries using extended kalman filter. In 2020 IEEE 3rd International Conference on Renewable Energy and Power Engineering (REPE) (pp. 34-38). IEEE.