

臺東大學綠色科學學刊

2026 特刊 2026 年 5 月刊

發行人：鄭憲宗 國立臺東大學 校長

主編：胡焯淳 國立臺東大學理工學院 院長

副主編：黃彥皓 綠能與資訊科技學系 助理教授

校內編委：陳孟炬 國立臺東大學應用科學系 副教授

吳慶堂 國立臺東大學應用數學系 教授

賴盈勳 國立臺東大學資訊工程學系 教授

黃協弘 國立臺東大學資訊管理學系 教授

呂佩倫 國立臺東大學生命科學系 教授

朱力民 國立臺東大學綠能與資訊科技學系 教授

楊繼江 國立臺東大學生物醫學碩士學位學程 教授

執行編輯：方培文 理工學院行政助理

出版者：國立臺東大學綠色科學學刊編輯委員 地址：95092 臺東市大學路二段 369 號

電話：089-318855 轉 6001

E-MAIL：greenscience@nttu.edu.tw

經銷編印：國立臺東大學理工學院

帳號：0390713060006

電話：089-318855 轉 6001

銀行：合作金庫商業銀行台東分行

網址：<https://wcse.nttu.edu.tw/>

戶名：國立臺東大學校務基金 401 專戶

(完成匯款後，請備註單位、姓名，回傳繳費收據至 089-517509，以利查核)

定價：單冊新臺幣 300 元

一年二期個人：新臺幣 600 元；機構：新臺幣 1200 元(均含郵資)

GPN：2010002853

ISSN：2223-6961

(版權所有，轉載刊登本刊文章需先獲得本刊同意，翻印必究)

目 錄

體驗式學習法對於生態學課程永續概念之影響

/ 呂佩倫*、吳家慶..... 1-16

應用 GIS 與水文模型進行小型水力發電潛力分析—以卑南溪為例

/ 鍾裕峯、余泰銓*、廖子龍、薛志勳、朱宜芳..... 17-30

程式設計融入中小學數學探究式教學與討論活動設計之研究

/ 胡耀仁、劉恩睿*..... 31-39

雙自適應擴展式卡爾曼濾波於鋰離子電池電荷狀態動態估測之研究

/ 廖育陞、徐秉均、陳霈璋、劉恩睿*..... 40-57

改良型美洲獅演算法於多模型光伏電池參數辨識

/ 羅鈺惟、陳柔玟、吳宗融、劉恩睿*..... 58-74

太陽能電池雙二極體模型參數敏感度分析框架

/ 唐以恩，邱月男，陳禹慈，楊崴棋，黃彥皓*..... 75-84

安全約束強化學習在穩健無人機懸停的應用

/ 甯勇捷、吳柏慶、陳冠佑、陳柏儒、黃彥皓*..... 85-92

Contents

<u>The Impact of Experiential Learning Methods on Sustainability Concepts in Ecology Courses</u>	/ Pei-Luen Lu *, Chia-Ching Wu	1-16
<u>Application of GIS and Hydrological Models for Small Hydropower Potential Assessment: A Case Study of the Beinan River Basin</u>	/ Yu-Feng Chung, Tai-Chuan Yu*, Tzu-Lung Liao, Chih-Hsun Hsueh, Yi-Fang Chu.....	17-30
<u>A Study on Integrating Programming into Inquiry-Based Mathematics Teaching and Discussion Activities in Primary and Secondary Education</u>	/ Yao-Ren Hu ¹ , En-Jui Liu ^{2*}	31-39
<u>Dual Adaptive Extended Kalman Filter for Dynamic State of Charge Estimation of Lithium-Ion Batteries</u>	/ Yu-Sheng Liao , Ping-Chun Hsu , Pei-Zhang Chen , En-Jui Liu *	40-57
<u>Shuffled Puma Optimization for Parameter Identification of Multiple Photovoltaic Models</u>	/ Yu-Wei Luo , Rou-Wen Chen , Zing-Rong Wu and En-Jui Liu *	58-74
<u>A Framework for Sensitivity Analysis of Parameters in a Dual-Diode Solar Cell Model</u>	/ Yi-En Tang, I-Li Chiu, Yu-Tzu Chen, Wai-Chi Yang, Yan-Hao Huang *	75-84
<u>Application of Safety-Constrained Reinforcement Learning in Robust UAV Hovering</u>	/ Yong-Jie Ning, Bo-Cing Wu, Guan-Yu Chen, Po-Ju Chen, Yan-Hao Huang*	85-92

體驗式學習法對於生態學課程永續概念之影響

呂佩倫*、吳家慶

摘要

本回顧論文探討體驗式學習法如何促進生態學課程中大學生對永續發展概念的理解與認知，並分析其對學習成效的具體影響。體驗式學習強調學習者透過親身參與實際情境，進行深層次的體會與反思，從而內化所學並應用於生活中。本研究回顧顯示，體驗式學習不僅能提升學生對生態學理論的掌握程度，還能有效增強其批判性思維、問題解決能力及環境行動力。具體而言，透過戶外實習、實驗活動與小組合作等教學策略，學生能更深入理解生態系統的複雜性，並發展出更積極的環境態度與責任感。此外，體驗式學習亦能提升學習動機，使學生更樂於參與與永續發展相關的實踐行動。本文首先概述體驗式學習的基本理論及其四個主要階段（具體經驗、反思觀察、抽象概念化與主動驗證），接著探討其在生態學課程中的應用方式與影響，並回顧國內外相關研究成果。最後，本文提出未來在教學實踐中，應如何進一步優化體驗式學習法，以深化學生的永續發展觀念，並培養其成為具有社會責任感的公民。

關鍵字：體驗式學習、生態學課程、永續發展、環保意識、教學實踐

呂佩倫(通訊作者)，國立臺東大學生命科學系教授。E-mail: peiluen@nttu.edu.tw
吳家慶，國立臺東大學應用科學系教授。E-mail: ccwu@nttu.edu.tw

The Impact of Experiential Learning Methods on Sustainability Concepts in Ecology Courses

Pei-Luen Lu *, Chia-Ching Wu

Abstract

This review paper explores how experiential learning promotes college students' understanding and cognition of sustainable development concepts in ecology courses, and analyzes its specific impact on learning outcomes. Experiential learning emphasizes learners' deep engagement and reflection through direct participation in real-life situations, thereby internalizing what they have learned and applying it to their lives. This study review shows that experiential learning not only enhances students' grasp of ecological theories but also effectively strengthens their critical thinking, problem-solving abilities, and environmental action capacity. Specifically, through teaching strategies such as outdoor internships, experimental activities, and group collaborations, students can gain a deeper understanding of the complexity of ecosystems and develop a more proactive environmental attitude and sense of responsibility. Furthermore, experiential learning can increase motivation, making students more willing to engage in practical actions related to sustainable development. This paper first outlines the fundamental theories of experiential learning and its four main stages (concrete experience, reflective observation, abstract conceptualization, and active experimentation), then discusses its application methods and impacts in ecology courses while reviewing relevant research findings from both domestic and international sources. Finally, this paper suggests how to further optimize experiential learning methods in future teaching practices to deepen students' concepts of sustainable development and cultivate them into socially responsible citizens.

Keywords: Experiential learning, Ecology courses, Sustainable development, Environmental awareness, Teaching practice.

Pei-Luen Lu (Corresponding Author), Professor, Department of Life Science, National Taitung University. E-mail: peiluen@nttu.edu.tw

Chia-Ching Wu, Professor, Department of Applied Science, National Taitung University.. E-mail: ccwu@nttu.edu.tw

壹、前言

教育乃百年大業，良好健全的教育更是國家之本，廣義的科學教育包含學校科學教育與社會科學教育，是培養並提高全民科學素養的教育，使全民了解科學概念、訓練科學方法、培養科學態度，讓每個人都能夠適應現代生活的教育(魏明通，1997)。

貳、體驗式學習法

體驗式學習是一個過程，旨在幫助學習者直接認知、欣然接受、尊重並運用所學知識與技能。這一學習過程與生態學課程的教學理念相契合(王全興，2007)。體驗式學習能夠深入觸及人們的信念與態度，並且影響內心的情感、價值觀和人際互動等方面的信任(吳清山、林天祐，2005)。體驗一詞來自拉丁文“experientia”，意思是「經歷」，它的現代意涵為「經歷一項實驗」，即在中世紀的英文中所指的「實驗」的概念(謝智謀，2003)。因此，體驗不僅是經歷某些事件的過程，也可以被視為一種潛意識的學習(吳清山、林天祐，2005)。進一步來說，體驗學習是在個人內外世界中，通過活動的感知來建立學習過程，並且透過思考、感受與身體活動來進行學習。

在中文語境中，「體驗」與「經驗」兩個詞語在語法與字義上有所不同。「體驗」指的是親自體會和感受，而「經驗」則是指通過親自實踐所獲得的知識或技能(教育部國語辭典)。黃富順(2000)指出，經驗包含兩個含義，一是個體在生活與活動中所經歷的事件，二是為了適應環境需求，個體所參與的各種活動。因此，經驗既是活動的結果，也是活動的過程。在英文中，這兩個詞均被翻譯為「experience」，沒有區別。在本研究中，我們使用「體驗式學習」來通稱這一過程。

體驗教育協會(The Association for Experiential Education, 1995)將體驗教育定義為「由直接經驗建立知識、技能及價值觀的一個過程」。基本上，體驗式學習將一個概念設計為一個互動式的學習過程，學生通過親自參與並領會活動內容，從而理解概念與活動之間的關係，而不再僅由教師單向地傳授知識。由於這些經驗將成為學生生活的一部分，因此這種學習方式對學生具有極高的有效性。最終，學生的態度將發生變化，行為和技能會得到拓展，認知與人際關係也會有所提升(吳炳綱、吳漢明，2001)。

Kolb(1984)的經驗學習理論將學習過程分為四個階段，包括具體經驗、省思觀察、抽象概念與主動驗證，四個階段形成一循環的學習過程，並不斷的重複，如圖1所示。

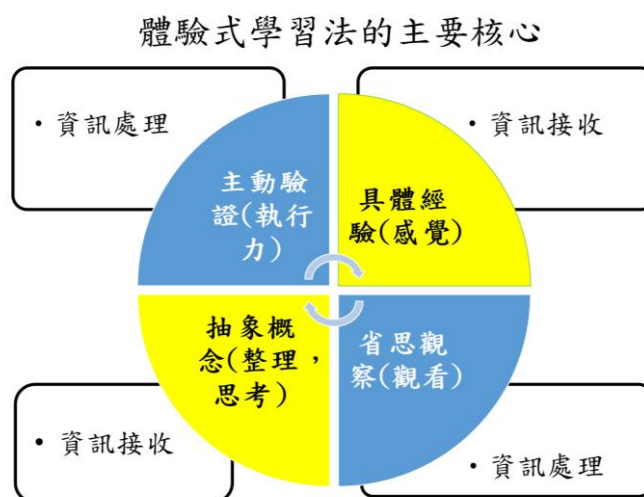


圖 1. 庫伯 Kolb 經驗學習圖

具體經驗 (CE)、省思觀察 (RO)、抽象概念 (AC) 和主動驗證 (AE) 是體驗式學習的四個關鍵階段。具體經驗強調透過個人感受學習，從特定經驗中獲取知識，並對所遇到的人和事產生強烈情感，這些引人入勝的經驗有助於提高學生的學習動機。省思觀察則著重於透過觀察進行學習，學生在做任何決定之前會仔細觀察周遭環境及事物的變化，並喜歡從不同角度看待事物，以尋求其真正的含義。這一過程引導學生在課程和實習活動中進行深思熟慮的觀察。抽象概念階段強調透過思考來學習，學生在完全了解情境後，進行有系統、有計畫的行動，並通過邏輯分析和概念學習來獲取知識。在這個階段，經驗成為理性思考的素材，這些素材需要經過系統性的理念結構化，才能構建可靠的知識。主動驗證則強調透過實際操作進行學習，要求學生具備完成任務的能力和耐心，並喜歡參與冒險活動，採取行動影響周遭的人和事。在課程中，學生將設計小組合作進行實習活動，並分工完成微專題報告。這種經驗學習提供了一個動態的學習模式，通過四個階段的交互循環，描述個人、團體與組織環境之間的學習與發展模式，並能夠觀察學生在具體經驗、省思觀察、抽象概念和主動驗證等四個學習階段的行為表現。

國內外主要對「體驗學習」的定義及內涵整理如下：(1) Kolb (1984) 知識乃個體與環境持續不斷交流互動，產生經驗後歸結而來，學習者必須主動積極參與、能夠反思自省所學、能夠技巧性地理解、概念化經驗以及轉移所學應用於新情境上。(2) Gass (1993) 具有整合身心功能而具有超越個人意義的活動教育。它是結合作中學和反省思考的主動過程，學習者具自發性動機並對自己的學習負責，以達成經驗學習的效益。(3) Gass (2000) 體驗學習和戶外冒險一樣，學習者需要身、心、靈地全身性地互動交流，體驗學習鼓勵探索、冒險、享受，因為未知和不可預測的結果更能創造無窮的趣味與娛樂。(4) Smith et al. (2004) 學習者根據親身體驗所做的反思自省，學習的主角在於學習者，體驗學習教師擔任引導者的角色，組織並提供學習者有意義、持久且真實的經驗。(5) AEE (1995) 在整個體驗學習過程中，學習者的參與是情感地、智能地及社會性地，在交流中，學習者不僅培育關係也要能積極參與並提出問題、調查、實驗、展現好奇心、要能解決問題、積極主動並且承擔責任、發揮創造力和形成意義。在學習活動後，亦能延伸所學施用於未來經驗。(6) 陳採卿 (2003) 能親身體驗、親臨感

受，學習者經歷一系列設計好的活動，結束後由引導者導引，使學習者反思、產生學習，進而應用於現實生活。

教學過程重視師生雙邊的情感體驗及互重互信，人的認知行為是種統一智力與非智力因素的過程，智力因素指理智活動，而非智力因素指情感活動。在教學過程中，師生間存在著知識和情感兩條信息迴路彼此相互影響、相互交流。其中知識信息迴路是教學內容，情感信息迴路則是師生情緒情感的變化，只有兩條迴路都暢通無阻時，才能使教學取得理想的效果。要使教師引導學生在輕鬆愉快的氛圍及情境中思維、產生意識、發現和尋求解答，建立良好的師生關係是相當重要的，教師充分了解學生、學生願意信賴老師，彼此互重互信、能形成一種默契，此時學生才能敞開心胸、參與活動，方能使學習真札展開(吳清山 2003;葉麗真 2014;曾勤樺 2015)。最終，透過體驗式學習，學生能夠將所學的知識和技能應用於日常生活中，並轉化為具體的行動，這對於推動永續發展及環境保護具有重要意義。未來的教學實踐應進一步探索和優化體驗式學習的應用，以促進學生更深刻的學習體驗，並培養其成為具備社會責任感的公民。

參、教學方法比較

在介紹體驗式學習理論後，為了進一步說明其在生態學課程中的優勢，有必要將其與其他常見教學方法進行比較。透過分析不同教學模式的特色與限制，可更清楚凸顯體驗式學習在促進永續概念理解與實踐上的教育價值。

張添洲(2000)於「教材教法：發展與革新」提及教學方法有很多種，包含：講述法 (Lecture)、討論法 (Discussion)、小組合作法 (Group Work)、問題解決法 (Problem-Solving)、案例教學法 (Case Study)、實驗法 (Experiment)、角色扮演法 (Role Playing)、遠距教學法 (Distance Learning)、翻轉教學法 (Flipped Classroom)、遊戲化教學法 (Gamification)、合作學習法 (Collaborative Learning)、探究學習法 (Inquiry-Based Learning)、服務學習法 (Service Learning)、體驗式教學法等 14 種，根據不同的學科、學習目標和學生群體，教師可以選擇不同的教學方法。

由於本文旨在探討體驗式學習於生態學教育中的應用，因此以下選擇與其較具代表性且經常被比較的三種教學模式：翻轉教學法、服務學習法及體驗式教學法，進一步分析其特色與適用情境。

一、翻轉教學法 (Flipped Classroom)

是一種創新的教學方法，與傳統教學模式相比，其特點在於將課堂內外的學習活動進行調換 (Abeysekera & Dawson 2015)。首先，在事前學習階段，學生在課堂前需進行相應的學習，這可能包括閱讀教科書、觀看影片或進行線上測驗等，這部分內容通常由教師提供教學資源。其次，課堂應用階段則主要用於學生討論、解決問題及實際應用知識，教師在此過程中擔任引導者和支持者的角色，鼓勵學生進行主動學習。此外，翻轉教學法還強調個別化學習，學生可以按照自己的節奏進行學習，重複觀看課程影片或深入研讀材料，以增進對課題的理解。課堂上則強調互動和合作，這有助於建立學習社群，促進知識的交流與分享。學生在課堂上進行應用活動時，也能夠即時獲得教師的反饋，進一步促進學習效果的提升。最後，翻轉教學法還充分利用技術工具來支援教學，例如教學影片、線上平台和討論區等，以提供學生更多的學習資源和交流機會。這些特點使得翻轉教學法成為一種更具靈活性和有效性的學習方式。

翻轉學習它改變了傳統教學的模式。通常，在傳統教學中，教師會在課堂上講解新概念，而學生在家裡完成相應的習題。而在翻轉學習中，這一過程被顛倒過來。學生在家裡學習新的內容，通常透過閱讀、觀看教學影片等方式，而課堂時間則被用來應用這些概念，進行討論、解決問題，或進行其他互動型的學習活動。這種方法的主要優勢之一是強調學生在課堂上的主動參與和深層次的學習。學生有機會在課堂上與同學和教師合作，應用他們在家中學到的知識，並得到即時的回饋。這有助於提高學生的理解力和應用能力，同時促進批判性思維和問題解決技能的發展。翻轉學習法旨在打破傳統課堂的框架，提倡更加互動和參與式的學習體驗，以促進學生更全面的學習。

這種教學方法的目的是提高學生的參與度、深度學習和批判性思維能力。翻轉教學法的應用範圍廣泛，包括中小學、高等教育以及職業培訓等各個教育層面。儘管翻轉教學有其優勢，但也存在一些缺點，以下是一些可能的挑戰和限制：

- (一) **學習動機問題**：一些學生可能缺乏足夠的動機在課堂外進行自主學習。他們可能因為缺乏監督而容易分散注意力，導致學習效果下降。這可能對那些需要額外動力和結構的學生產生負面影響。
- (二) **不適用於所有主題**：有些學科或主題可能不太適合翻轉教學模式。某些知識可能需要在課堂上即時解釋和引導，而不太適合依賴於學生自主學習。
- (三) **評估困難**：翻轉教學可能使評估變得更加複雜。教師需要確保學生在課堂外進行的學習活動得到恰當的評價，同時還要考慮到學生在課堂內的參與和理解程度。這需要精心設計的評估工具以確保全面評價學生的學習。
- (四) **規模限制**：翻轉教學可能在大班規模中難以實施。對於教學資源的個別支援和跟進可能會變得複雜，尤其是當學生的學習需求存在較大差異時。

二、服務學習法 (Service Learning)

是一種結合學習和社會服務的教育方法，強調學生透過參與實際的社區服務，將課堂學習與實踐相結合，以下是服務學習法的一些特點(Knapp et al. 2010)

(一) 服務學習法特點：

- 1. **社區參與**：學生參與實際的社會服務活動，與社區互動，解決現實世界的問題。
- 2. **課堂學習整合**：將課堂上學到的理論知識應用到實際場景中，強調理論和實踐的結合。
- 3. **互惠性**：服務學習應該是一個雙向的過程，既有助於學生的學習，也應該對服務對象和社區產生積極的影響。
- 4. **反思**：強調學生對自己參與服務的經歷進行反思，思考所學到的知識和技能，以及對社會的貢獻。
- 5. **社會正義**：服務學習通常與社會正義相關，強調對不平等和社會問題的認識，以及個人在社會變革中的角色。
- 6. **導師指導**：學生在服務學習中通常會有導師或老師的指導，協助他們整合學術知識和實際經驗。

(二) **服務學習法缺點**：服務學習法有助於培養學生的社會責任感、批判性思維和解決問題的能力，同時也加深他們對課程內容的理解。這種學習方法在高等教育和中小學等多個層面都得到了應用。雖然服務學習法有許多優勢，例如促進社區參與、實踐社會責任，但同時也存在一些缺點和挑戰。以下是一些可能的服務學習法的缺點：

1. **時間需求**：服務學習通常需要額外的時間，既包括課堂時間又包括實際參與服務的時間。這對一些學生來說可能是一種負擔，特別是對於那些已經參與其他課外活動或有工作的學生而言。
2. **組織困難**：要組織一個成功的服務學習項目需要大量的籌備工作。找到合適的服務機構、確保學生的參與和安全，以及提供必要的資源，這些都需要精心策劃和協調。
3. **學科整合難度**：整合服務學習到課程中可能會有一定的難度。一些教師可能發現難以在課程中有效地結合服務學習和學科內容，導致學生難以理解服務學習的目的和與課程目標的聯繫。
4. **評估挑戰**：評估學生在服務學習中的學習和貢獻是一個挑戰。定量和客觀地評估學生在實際服務中獲得的技能和知識，以及他們對社區的影響，可能比傳統的評估方式更為複雜。

三、體驗式教學法(Experiential Learning)

是一種強調學生親身參與和實際體驗的教學方法。這種教學法通常包括直接參與實驗、實地考察、模擬活動、角色扮演等方式，讓學生透過親身經歷來理解和學習知識，以下是體驗式教學法的一些特點(Beard, 2010)：

(一) 體驗式教學法特點：

1. **實踐性學習**：學生透過實際參與活動，直接經歷學科內容，培養實踐技能。
2. **情感投入**：體驗式學習能夠激發學生的情感投入，增強對學習的興趣和參與度。
3. **直觀理解**：學生透過親身體驗，能夠更直觀地理解抽象概念，提高學習效果。
4. **問題解決**：體驗式學習注重學生參與解決問題的過程，培養問題解決和批判性思維能力。
5. **團隊合作**：許多體驗式活動需要學生在小組中合作，促進團隊協作和溝通能力。
6. **實地觀察**：透過實地考察和觀察，學生能夠直接接觸到真實的環境和情境。
7. **角色扮演**：透過角色扮演，學生能夠模擬不同情境，加深對概念的理解。
8. **反思**：體驗式學習強調學生對經驗的反思，促進對學習的深層次理解。

體驗式教學法適用於各個年齡層和學科領域，特別適合強調實踐技能和實際應用的課程。這種方法能夠激勵學生主動參與，提高學習動機，並促使他們在學習過程中建立更深的記憶和理解。

(二) 適用於生態學課程原因：體驗式教學法相對於服務學習法和翻轉教學法在生態學課程中更為適合的原因包括以下幾點：

1. 直接感受生態環境：生態學的特點在於對自然環境和生態系統的理解。體驗式教學法提供了直接接觸生態環境的機會，讓學生親身體驗生態系統的複雜性和多樣性，進而更深刻地理解永續概念。戶外體驗提供了學生直接接觸和感受自然生態環境的機會，這種親身感受有助於學生深刻理解生態系統的複雜性和互動關係。
2. 情感投入與共鳴：體驗式學習強調情感投入，透過親身參與讓學生對生態系統產生共鳴，培養對環境的情感聯繫。這種情感投入有助於形成永續概念的深刻理解，引發對環境保護的積極態度。
3. 實地應用永續概念：體驗式學習強調實踐應用，使學生能夠將學到的永續概念實際應用於解決生態環境中的問題。這種實地應用有助於將理論知識轉化為實際能力。戶外教學提供了實際應用永續概念的場景，學生可以直接在自然環境中應用所學的知識，解決實際生態問題，強調知識的實踐性。
4. 促進團隊合作：許多體驗式活動需要學生在小組中合作，這有助於培養學生的團隊協作和溝通能力，同時引發對集體行動的認同感，有助於推動永續概念的實踐。戶外活動通常需要學生在自然環境中合作完成任務，促進團隊協作和互相支持的能力。
5. 反思和批判思考：體驗式學習強調學生對經驗的反思，有助於培養批判性思考能力。這對於理解永續概念的各種層面、挑戰和解決方案至關重要。
6. 全身參與與情感連結：體驗式學習能夠讓學生全身參與活動，包括觸摸、聽聞、嗅覺等多感官的參與，從而建立更深層次的情感連結。這種情感連結有助於提高對永續概念的情感共鳴和承擔感。
7. 自然環境的教材：戶外環境本身就是豐富的教材，提供豐富的生態景觀、植物動物等，這些自然元素是生態學學習的最佳場所。
8. 啟發自主學習：戶外環境常常激發學生的主動學習意願，因為他們對自然的好奇心會驅使他們更積極地尋找和探索知識。

體驗式教學法在戶外教學中能夠提供更豐富、更深層次的學習體驗，特別適合生態學課程，因為這種課程強調對生態環境的理解和保護。體驗式教學法通過提供直接感受、情感投入、實地應用、團隊合作等元素，更能夠深入地促進學生對於生態學和永續概念的理解。

綜合上述比較可知，不同教學方法在學習歷程的支持程度上存在顯著差異。相較於其他教學模式，體驗式教學法能更完整地對應學習歷程中的各個階段，並促進知識、態度與行動的整合發展。然而，教學方法本身並非最終目的，其核心仍在於如何回應生態教育與永續發展的培育目標。因此，以下將進一步探討生態與永續教育的內涵，並說明體驗式學習如何在此脈絡下發揮其教育價值。

肆、整合分析架構

綜合上述體驗式學習理論、教學方法比較與生態永續教育內涵，進一步建構一個「理論基礎—教學設計—學習成效」之整合分析架構（如圖2）。此架構旨在釐清不同教學方法如何透過特定學習歷程影響學生對永續概念的理解與實踐能力。

在理論基礎層面，以 Kolb (1984) 之體驗式學習循環為核心，強調「具體經驗、反思觀察、抽象概念化與主動驗證」四階段的動態歷程，作為學習轉化的主要機制。

在教學設計層面，不同教學方法（如講述法、翻轉教學、服務學習與體驗式教學）可被視為對上述學習循環的不同程度支持。其中，傳統講述法主要著重於「抽象概念化」，翻轉教學強化「概念應用與討論」，服務學習結合「具體經驗與社會情境」，而體驗式教學則完整涵蓋四個學習階段，形成較為完整的學習閉環。

在學習成效層面，學生的學習成果可分為三個向度：(1)認知層面（生態知識理解）、(2)情意層面（環境態度與價值）、(3)行動層面（環境行動與問題解決能力）。體驗式學習透過完整的學習循環，有助於促進三個層面的整合發展，特別是在情意與行動層面表現較為顯著。

因此，本研究認為，體驗式學習之所以在生態學課程中具有優勢，關鍵在於其能有效連結「理論知識」與「真實情境」，並透過反思歷程促進知識內化與行動轉化，進而強化學生對永續發展的整體理解與實踐能力。

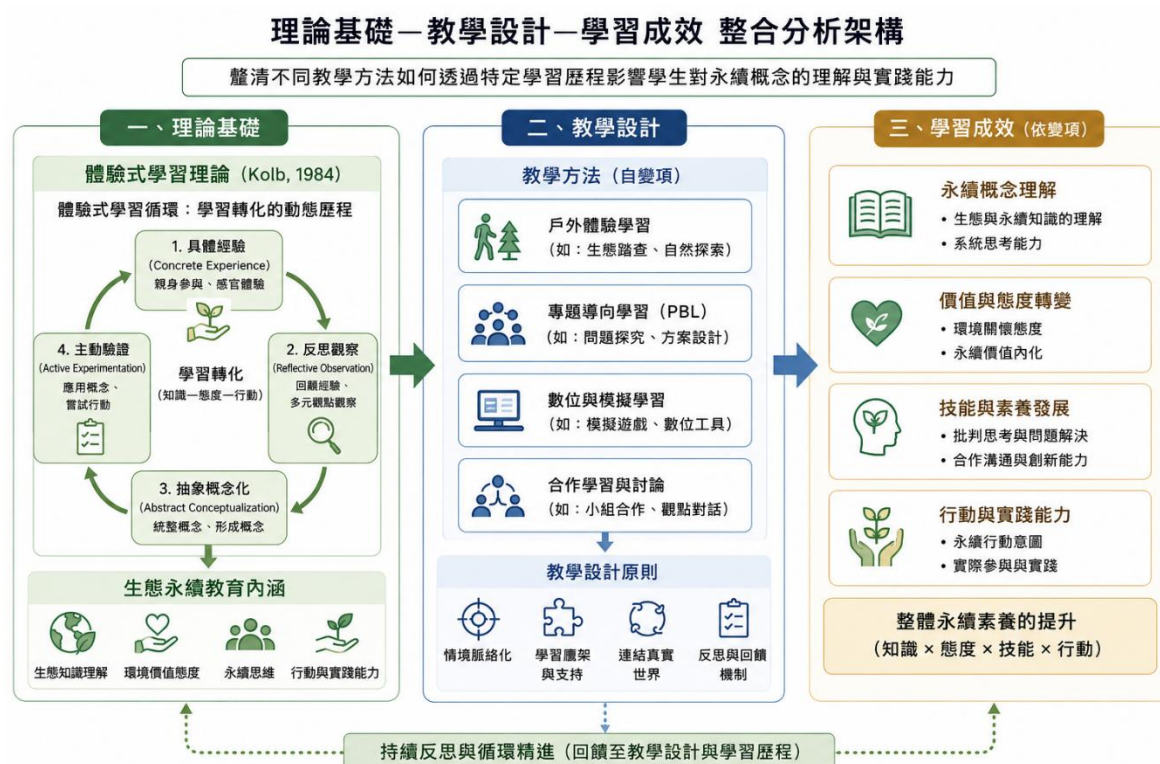


圖 2. 「理論基礎—教學設計—學習成效」之整合分析架構圖。

伍、生態與永續教育

在前述整合架構中，教學設計的最終目標在於促進學生在生態與永續議題上的學習成效。因此，有必要進一步釐清生態學教育與永續發展教育的核心內涵，以及其對學習成果的具體要求。

根據 Smith 和 Smith (2015) 的研究，優秀的生態學家需要具備多種專業技能。首先，對生態學領域的濃厚興趣是成功的基礎。其次，分析能力是必不可少的，因為生態學家需要理解、解釋和處理複雜的科學數據和統計資料。此外，數據處理與視覺化技能也至關重要，生態學家應能使用合適的方法與工具來記錄、組織、分析和呈現數據。書面溝通技巧同樣重要，能夠撰寫清晰的報告並有效表達研究成果，這對於學術交流至關重要。演講與口頭表達能力使生態學家能夠簡潔明確地介紹研究結果，進行有效的演講。項目管理技能則幫助他們組織和管理研究項目，包括預算規劃、應急應對和時間管理。此外，熟練運用資訊技術以整理、呈現和分享發現，對於現代生態學家而言也越來越重要。最後，獨立工作和團隊合作能力，以及與不同背景群體的良好溝通能力，都是生態學家在多變的工作環境中必須具備的關鍵技能。這些技能共同構成了生態學家在研究和實踐中取得成功的基礎。

在過去的 20 年裡，生態學家一直在挑戰擴展他們思考、行為的方式研究和傳播他們的科學。越來越多生態學家積極參與參與跨學科研究社會生態系統 (Collins et al. 2004)，社會大眾逐漸認識到生態系統也包含密不可分的人類活動。生態學家現在也參與大規模研究和跨尺度、跨領域相互作用全球性的生態問題 (Peters et al. 2008; Soranno and Schimel 2014)。這樣的跨學科和大規模研究需要協作和跨學科研究團隊 (Peters et al. 2014)。此外，許多生態學家繼續回應呼籲他們積極交流與公眾問題 (Brewer 2001; Pace et al. 2010; Cardelús and Middendorf 2013)，尤其是國家與國際政策制定者 (Norton 1998; but see Laurenroth 2003)，並與幼兒教育到高等教育學校和社區進行良好對話 (Metzgar et al., 1994)。

因為生態學家需要額外的技能來完成這個新的研究模式，生態訓練必須超越掌握研究本身。例如，McBride et al. (2011) 呼籲培養生態學學生作為“文藝復興科學家”，強調除了專業知識還需要習得其他三個方面的能力：(1) 優秀的協作實踐，(2) 促進跨學科研究團隊，(3) 與不同的團體與科學之外的群眾有效地交流。大多數科學教育的重點對學生積極的科學學習進行了改革，鼓勵脫離僅靠教科書的教學或者讓學生簡單地進行動手操作證明已經教過的原則。但對於新世紀的生態學訓練，即使面臨少子化與經濟風暴等考驗，我們依舊需要推動新的改革，以其培養未來生態界的人才。

在過去的幾十年裡，政策制定者、資助者、非營利組織領導人和其他人一直呼籲提供證據，證明環境教育如何切實改善環境質量並幫助實現保護成果 (Johnson, 2013; Krasny, 2009)。研究人員和從業人員響應呼籲，調查環境教育與直接環境結果之間的聯繫，例如改善空氣質量、根除入侵物種或增加目標受威脅物種的數量。同時，利益相關者呼籲對支持此類貢獻的過程和機制有更深入的理解 (Heimlich, 2010; Johnson et al., 2012)，同時承認測量和描述此類多方面、非線性、系統嵌入式關係的性質所固有的挑戰 (Ardoin et al., 2013; Short, 2009; Toomey et al., 2017)。

追求具有生態素養的公眾需要生態學家和科學教育家準確地描繪生態週期的概念、實踐和思考大多數人會接觸到生態學的正規教育。以美國為例，超過 35% 的美國人口 25 歲及以上都未曾上過大學 (US Census Bureau 2021)，剩下 60% 人口主修生態學的比例又不高，這表示生態學素養的形成不能只單靠正規大學生態學教育，還需要

藉由大學社會責任的精神將生態學概念帶入一般的社區民眾思維，美國教育家主張大規模實現生態素養需要較早開始，比如 K-12 教育階段，同時生態學家也討論了合作的重要性，跨學科思維和交流具有生態素養的人群(Jordan et al., 2009)。例如，Berkowitz 等人 (2005) 詳述生態素養的維度：關鍵生態知識系統，了解生態的本質科學及其與社會和生態的交互方式思維能力。在這第三個維度中，作者包括將其他學科的知識聯繫起來的能力，這需要協作的能力。

創造當代生態學家——一個能夠在多個尺度上應對複雜的跨學科問題，然後積極參與公眾參與和理解他們的科學——我們需要拓展大學生態學教育並給予重視，不只生物專業的學生需要認識生態學，其他科系的學生們應該也具備生態素養(Bestelmeyer et al., 2015)。K-12 教育訓練讓學生認識重要的技能範圍生態學領域。這可能會鼓勵更多的學生在未來人生中影響社會永續發展。生態學家必須提倡這套生態教育的實踐 (Banilower et al., 2013)。所以，生態學家，以及那些在生態學界面工作的人和 K-12 教育，必須帶頭實施鼓勵真正的生態研究的項目在促進協作、跨學科思維的同時，和溝通 (Banilower et al., 2013)。

生態學含實習科目是生命科學系必修的基礎科目之一，教授生態學基礎理論是必要的，但如果只教生態學理論無法與社會接軌，容易使學生們失去興趣，從我們教學現場所發現的問題，本研究舉例以筆者在大學所教授之生態學含實習為其例，使用行動研究法，研究修課同學們戶外教學與學習體驗式學習方法的學生學習效果，並非單純導覽解說，而是實際上給予實習練習與作業，提升專業技術，並非以強迫學習的方式，而以引導深入淺出促進學生們學習，像是 Lu (2025) 文章種指出先以鄰近東大的台東森林公園(國家級重要濕地卑南溪口濕地的範圍)、太平溪人工濕地、知本林道為教學學習地點，接著以車程約一小時左右的關山國家重要人工溼地、大波池國家重要濕地、太湖原生植物園為場域，練習調查生態體系的各個組成，引導學生產生對台東當地的認同感，並鼓勵同學們把課本知識的活化再運用，進而發揮其生科系所核心能力使成果有所表現，達成提升學生學習成就(如圖 3 所示)。

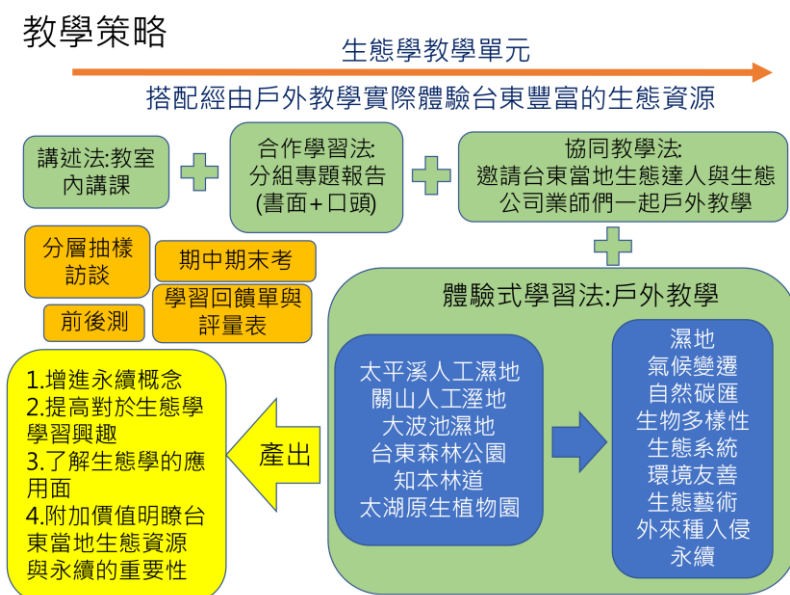


圖 3. 生態學教學設計與規劃圖

教育永續發展(ESD)特別強調如何在教育領域中具體推動相關工作。總體而言，教育在推動永續發展中扮演著關鍵角色，畢業後進入就業市場的薪資水準對此影響深遠。因此，推動 ESD 不僅符合環境教育的核心目標，也獲得了廣泛的支持，但更需要國家和社會在經濟策略上給予足夠的重視與薪資調整。聯合國教科文組織(UNESCO)指出，在推動 ESD 的過程中需把握四大視角：整合視角、批判視角、轉化視角和情境視角。當 ESD 與永續發展目標(SDG)結合，形成 ESG (UNSC 2015)，現代生態學與永續概念的融入就成為教育中的必要元素。這種教育模式不僅引導學生理解環境的可持續性，還能培養批判性思維和社會責任感，使他們在面對未來挑戰時能夠成為真正的改變推動者，實現一個更平等、更永續的世界。ESD 特別強調在教育中可以採取的具體措施，以促進人文永續發展，這種發展立足於平等的基礎上。綜合來看，對於永續發展而言，教育是關鍵，而畢業後就業市場的薪資水平更是一個重要因素。

近年來，多項研究已驗證體驗式學習法對於提升大學生生態學課程學習成效的優勢。例如，Hall 等人(2020)針對 120 名大學生進行比較研究，發現參與體驗式學習的學生，其生態概念測驗分數由前測的 62% 提升至 88%，而傳統講授法的學生則僅從 60% 提升至 74%，顯示體驗式學習能更有效強化學生對生態學核心概念的理解。此外，Jones et al., (2024) 的研究顯示，透過戶外實習與小組合作活動，學生的環境行動意願指數(Environmental Action Willingness Index, EAWI)由 3.2 (滿分 5 分) 提升至 4.5，遠高於傳統教學組的 3.5。此外，在批判性思維能力測驗中，體驗式學習組學生的平均分數提高 28%，而傳統教學組僅提升 12%，顯示體驗式學習在培養學生的分析與解決問題能力方面更具成效。這些結果皆支持體驗式學習能有效促進學生的知識內化、環境態度轉變以及行動力提升，進一步強化其對永續發展的認知與實踐。

生態與永續教育在當今社會中扮演著至關重要的角色。隨著全球環境問題日益嚴重，教育必須轉向培養具備環境意識和行動能力的公民。透過生態教育，學生不僅能夠了解生態系統的運作原理，還能認識到人類活動對環境的影響，進而培養出負責任的行為模式和可持續的生活方式。永續教育則進一步強調了社會、經濟和環境的相互關聯，鼓勵學生在解決當前挑戰的同時，考慮長遠的影響。這種教育模式應該整合實踐學習、批判性思維及跨學科知識，讓學生在實際情境中獲得體驗，從而加深對於生態與永續概念的理解。最終，生態與永續教育的目標是培養未來的領導者和負責任的公民，使他們能夠應對不斷變化的環境挑戰。通過這樣的教育，學生將具備必要的知識、技能和價值觀，以推動社會的可持續發展，為實現一個更美好的未來貢獻力量。

陸、結論

總結了體驗式學習法在生態學課程中的有效性，並強調了其在提升大學生對永續發展議題的理解和實踐能力方面的重要性。透過體驗式學習，學生能夠更深入地感受到環境問題的迫切性，並在實際行動中探索解決方法，從而增強他們的環保意識和社會責任感。未來，隨著永續發展成為全球關注的焦點，體驗式學習將在教育領域中扮演更為關鍵的角色。教學設計者應持續創新教學方式，將戶外實踐、跨學科合作以及社區參與納入課程，以促進學生的全人發展。同時，未來的研究應進一步探索如何有效評估體驗式學習的長期影響，並找出最佳的教學實踐方式，以培養具備批判性思維和解決問題能力的永續發展領導者。

參考文獻

一、中文部分

- 王全興 (2007)。Dewey 體驗學習的理念及其在道德教育上的應用。國教新知，54(2)，74-82。
- 李崑山 (1996)。國中小學戶外教學理論與實務初探。環境教育季刊，29，62-69。
- 李坤崇 (2004)。綜合活動學習領域概論。臺北:心理。
- 吳炳綱、吳漢明 (2001)。72 個體驗活動—理論與實踐。香港匯智出版有限公司。
- 吳清山、林天祐 (2005)。教育新辭書。臺北高等教育。
- 吳木崑 (2009)。杜威經驗哲學對課程與教學之啟示。臺北市立教育大學學報:教育類，40 (1)，35-54。
- 黃富順 (2000)。成人的經驗學習。於中華術國成人教育學會主編，成人學習革命 (pp.1~30)。臺北師大書苑。
- 陳採卿 (2003)。「川七」的啟示—一份來自體驗學習的感動。教師天地，127，82-83。
- 張添洲 (2000)。教材教法：發展與革新。台北：五南。
- 曾勤樺 (2015)。體驗學習理論應用於國小五年級環境教育之行動研究—以臺北市老松國小為例。臺北市立大學歷史與地理學系社會科教學碩士學位發表碩士論文，台北市。
- 曾婉瑜 (2016)。體感互動應用於體驗學習之研究—以逢甲大學 iSpace 為例。逢甲大學創意設計碩士學位學程未發表碩士論文，台中市。
- 莊子賢 (2007)。創造思考教學融入探索教育體驗學習活動之行動研究。臺灣師範大學創造力發展碩士在職專班未發表碩士論文，台北市。
- 莊展榮 (2007)。體驗學習應用在綜合活動領域之個案研究。國立臺北教育大學課程與教學研究所未發表碩士論文，台北市。
- 葉麗真 (2014)。以體驗學習培養四年級學童同儕衝突解決能力之行動研究。國立臺北教育大學課程與教學傳播科技研究所未發表碩士論文，台北市。
- 葉欣誠 (2017)。探討環境教育與永續發展教育的發展脈絡。環境教育研究，13(2)，67-109。10.6555/JEER.13.2.67. 67.
- 賴星宏 (2014)。支援大學生體驗學習的擴增實境學習系統之設計-以頂菜園農村體驗活動為例。國立中正大學通訊工程學系未發表碩士論文，嘉義縣。
- 秦郅煜 (2016)。赤柯山農村體驗學習，微電影拍攝，在大學生態旅遊課程的應用:一位引導員的. 省思。國立東華大學自然資源與環境學系未發表碩士論文，花蓮縣。

廖皓翔 (2018)。戶外冒險體驗學習課程成效評估:以東海大學 EMBA 戈壁挑戰賽領導力課程為例。東海大學系企業管理學系未發表碩士論文，台中市。

廖麗玲 (2017)。高等教育體驗學習與就業力提昇之關聯研究--以逢甲大學學生為例。逢甲大學合作經濟暨社會事業經營學系未發表碩士學位論文，台中市。

魏明通(1997)。科學教育。臺北市: 五南出版社。

二、外文部分

Abeysekera, L. & Dawson, P. (2015). Motivation and cognitive load in the flipped classroom: definition, rationale and a call for research. *Higher Education Research & Development*, 34 (1), 1–14.

Association for Experiential Education. (1995). AEE definition of experiential education. *The AEE Horizon*, 15(1), 21.

Ardoyn, N.M., Clark, C., & Kelsey, E. (2013) An exploration of future trends in environmental education research *Environ. Education Research*, 19, 499-520.

Banilower, E. R., Trygstad, P. J., & Smith, P. S. (2015). The first five years: What the 2012 national survey of science and mathematics education reveals about novice science teachers and their teaching. In J. A. Luft & S. Dubois (Eds.), *Newly hired teachers of science: A better beginning* (pp. 3 -29). Sense Publishing.

Bestelmeyer, B.T., Okin, GS, Duniway MC, Archer SR, Sayre NF, Williamson JC, et al. (2015) Desertification, land use, and the transformation of global drylands. *Frontiers in Ecology and the Environment*, 13, 28-36.

Berkowitz, A.D. (2005) In book: *Challenging the Culture of College Drinking: A Socially Situated Health Communication Campaign*. Publisher: Hampton Press.

Beard, C. (2010). *The Experiential Learning Toolkit: Blending Practice with Concepts*. Kogan Page Publishers.

Brewer C. (2001). Cultivating conservation literacy: trickle down education is not enough. *Conservation Biology*, 15, 1203–05.

Cardelús, C. & Middendorf, G. (2013). Ecological literacy: the educational foundation necessary for informed public decision making. *Frontier Ecological Environment*, 11, 330–31.

Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1):9-13.

Collins, A., Joseph, D., & Bielaczyc, K. (2004). Design research: Theoretical and methodological issues. *The Journal of the Learning Sciences*, 13 (1), 15-42.

Dewey, J. (1938) *Experience and Education*. NY: Macmillan

- Gass, M. A. (1993). Programming applications of adventure therapy. Dubuque. Iowa: Kendall/Hunt publishing Company.
- Hall, M., Goettle, A., Carson, C., Collicott, J., Dieta, K., & Smith, K. (2020). Successful Undergraduate-level Experiential Learning Projects: A Stakeholder Perspective. In Proceedings of the ACM Annual Conference on Information Technology Education (SIGITE 2020). ACM, New York, USA.
- Johnson, B., Duffin, M., & Murphy, M. (2012) Quantifying a relationship between place-based learning and environmental quality. *Environmental Education Research*, 18, 609-624.
- Johnson, B. (2013) Can Education Improve the Environment? Applying the Pressure-State-Response Environmental Indicator Framework to Environmental Education Program Outcomes. Antioch University (Doctoral Dissertation).
- Jones, J. N. (2024). Experiential Learning Through Public Archaeology: Exploring Student Experiences and Perceived Outcomes. *Journal of Experiential Education*, 0(0). <https://doi.org/10.1177/10538259241303511>
- Jordan, A. Schwartz, E., & McGhie-Richmond, D. (2009). Preparing teachers for inclusive classrooms, *Teaching and Teacher Education*, 25(4), 535-542.
- Kolb, D. A. (1984) Experiential Learning: Experience As The Source Of Learning And Development. Publisher: NJ: Prentice-Hall.
- Knapp, T. D. & Fisher, B. J. (2010). The Effectiveness of Service-Learning: It's not always what you think. *Journal of Experiential Education*, 33 (3): 208–224.
- Krasny, M.E. (2009) A response to Scott's concerns about the relevance of environmental education research: applying social–ecological systems thinking and consilience to defining research goals. *Environmental Education Research*, 15, 189-198.
- Laurenroth, W.K. (2003). Forum: the ecology–policy interface. *Frontier Ecological Environment*, 1, 47–48.
- Lewin, K. (1940). Formalization and progress in psychology. In Cartwright D. (Ed.), (1952): Field theory in social science: Selected theoretical papers by Kurt Lewin (pp. 1-29). London, England: Social Science Paperbacks.
- Lu, P.- L. (2025). Integrating wetland ecology into ecological education for curriculum reform. *Taiwania*, 70(3), 488-497.
- Norton, B.G. (1998). Improving ecological communication: the role of ecologists in environmental policy formation. *Ecological Application*, 8, 350–64.
- McBride, B.B., Brewer, C.A., Bricker, M., & Machura, M. (2011). Training the next generation of Renaissance scientists: the GK–12 ecologists, educators, and schools program at the University of Montana. *BioScience*, 61, 466–76.
- Metzgar, L.H., Hollweg, K., & Berkowitz, A. (1994). Ecologists in precollege ecology education. *Bulletin Ecological Society of America*, 75, 113–16.

- Pace, M.L., Hampton, S.E., Limburg, K.E., Bennett, E. M., & Strayer, D.L. (2010). Communicating with the public: opportunities and rewards for individual ecologists. *Frontier Ecological Environment*, 8, 292–98.
- Peters, D.P.C., Groffman, P.M., Nadelhoffer, K.J., Grimm, N.B., Collins, S.L., Michener, W.K., & Huston, M.A. (2008). Living in an increasingly connected world: a framework for continentalscale environmental science. *Frontier Ecological Environment*, 6, 229–37.
- Smith, C. S., Morris, M., Francovich, C., Hill, W. & Gieselman, J. (2004). A qualitative study of resident learning in ambulatory clinic—The importance of exposure to breakdown” in settings that support effective response. *Advances in Health Sciences Education*, 9, (920), 93-105
- Smith, T. M., & Smith, R. E. (2015). *Elements of Ecology*, 9th Edition. Publisher: Pearson.
- Soranno, P.A. & Schimel, D.S. (2014). Macrosystems ecology: big data, big ecology. *Frontier Ecological Environment*, 12, 3-3.
- Short, P. (2009). Responsible environmental action: its role and status in environmental education and environmental quality. *Journal of Environmental Education*, 41, 7-21.
- Toomey, A.H. , A.T. Knight, & Barlow, J. (2017) Navigating the space between research and implementation in conservation. *Conservation Letter*, 10, 619-625.
- UNSC (2015). Technical report by the Bureau of the United Nations Statistical Commission (UNSC) on the process of the development of an indicator framework for the goals and targets of the post-2015 development agenda.
<https://sdgs.un.org/documents/technical-report-bureau-united-natio-20815>

應用 GIS 與水文模型進行小型水力發電潛力分析-以卑南溪為例

鍾裕峯¹、余泰銓^{1*}、廖子龍¹、薛志勳²、朱宜芳³

摘要

本研究開發一套整合地理資訊系統（GIS）與水文模型之小型水力發電潛力評估流程，並應用於卑南溪流域。透過 SWAT (Soil and Water Assessment Tool) 模型模擬日流量以掌握水文特性，並運用 QGIS 分析地形水頭進行落差型站點評估。於子流域 5 篩選出 60 處潛力點，證實橫流式水輪機（Cross-Flow）之適用性，其年發電量多介於 50,000 至 100,000 kWh。此外，於子流域 29 導入 HEC-RAS 模擬流速（0.685 m/s），估算年發電量約 11,703 kWh。研究證明此系統化流程具備高度實用性，可作為山區小水力場址快速評估之有效工具。

關鍵字：小型水力發電、地理資訊系統(GIS)、SWAT 模型、HEC-RAS 模型、發電場址潛力評估

¹ 鍾裕峯，國立臺東大學綠能與資訊科技學系助理教授。E-mail: cyf1973@nttu.edu.tw

¹ 余泰銓(通訊作者)，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生。E-mail: 0976998728k@gmail.com

¹ 廖子龍，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生。E-mail: liao747815@gmail.com

² 薛志勳，國立中興大學電機工程系碩士班學生。E-mail: tony.george.xun@gmail.com

³ 朱宜芳，國立臺東大學綠能與資訊科技碩士學位學程學生。E-mail: apple121106547@gmail.com

Application of GIS and Hydrological Models for Small Hydropower Potential Assessment: A Case Study of the Beinan River Basin

Yu-Feng Chung¹, Tai-Chuan Yu^{1*}, Tzu-Lung Liao¹, Chih-Hsun Hsueh², Yi-Fang Chu³

Abstract

This study proposes a systematic framework integrating Geographic Information Systems (GIS) and hydrological modeling to evaluate SHP (Small Hydropower) potential in the Beinan River Basin. By utilizing the Soil and Water Assessment Tool SWAT (Soil and Water Assessment Tool) for daily runoff simulation and QGIS for head analysis, 60 potential sites for head-type turbines were identified in Sub-basin 5. Results indicated that Cross-Flow turbines are most suitable, with annual energy production (AEP) predominantly ranging from 50,000 to 100,000 kWh. Additionally, HEC-RAS was employed in Sub-basin 29 to simulate flow velocities (averaging 0.685 m/s), yielding an estimated AEP of 11,703 kWh for kinetic-type turbines. The proposed methodology provides a robust and practical approach for rapid SHP site assessment in mountainous terrains.

Keywords: Small hydropower, Geographic Information System (GIS), SWAT model, HEC-RAS, site potential assessment

¹Yu-Feng Chung, Assistant Professor, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University. E-mail: cyf1973@nttu.edu.tw

¹Tai-Chuan Yu (Corresponding Author), Student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University. E-mail: 0976998728k@gmail.com

¹Tzu-Lung Liao, Student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University. E-mail: liao747815@gmail.com

²Chih-Hsun Hsueh, Student, Department of Electrical Engineering, National Chung Hsing University. E-mail: tony.george.xun@gmail.com

³Yi-Fang Chu, Student, Master Program of Green Energy and Information Technology, National Taitung University. E-mail: apple121106547@gmail.com

壹、前言

隨著人口成長與工業化發展，全球能源需求持續增加，人類對能源的依賴也日益加深。然而，長期大量依賴化石燃料發電，不僅造成資源逐漸枯竭，也因廢氣排放而引發氣候變遷與空氣污染等環境問題，使能源議題成為世界各國共同面對的重要挑戰。為了回應此一趨勢，各國近年來積極推動能源轉型，並持續尋求綠色低碳的再生能源發展方案。

在眾多再生能源之中，小型水力發電因具備潔淨、穩定及可持續利用等特性，近年逐漸受到重視。尤其在大型水力發電開發已趨近飽和，且對生態環境影響較為明顯的情況下，小型水力發電更被視為未來能源轉型的重要方向之一。台灣地形多山，河川普遍具有短流急的特性，加上年降雨量豐富，理論上具有良好的小水力發電發展條件。雖然全台多處流域支流及灌溉渠道皆具備潛力，但目前整體開發程度仍偏低，顯示國內小水力發電仍有相當大的發展空間。

然而，小水力發電在實際推動上，場址評估往往需要投入大量水文、地形與環境調查資料，資料蒐集及資料庫建置成本高，特別是在台灣山區地勢崎嶇的條件下，更增加了場址開發的困難度。此外，現階段仍缺乏一套兼顧技術可行性與經濟效益的標準化場址評估方法，使得小水力發電的推動效率受到限制。

基於上述背景，本研究以台東地區為主要探討範圍，嘗試運用 GIS 與水文模型，建立小水力發電潛力場址之評估流程，並分析其發展潛力，同時評估其在技術面與經濟面上的可行性。另一方面，本研究也希望進一步探討小水力發電在偏遠地區或能源供應不足地區中的應用價值，作為台灣未來能源規劃與政策發展的參考依據。

貳、文獻探討

依據國際再生能源機構（International Renewable Energy Agency, IRENA, 2022）統計，截至 2021 年，水力發電約占全球再生能源總裝置容量之 44%，顯示其在再生能源系統中具有關鍵地位。水力發電因具備穩定供電能力與成熟技術，被視為支撐再生能源發展的重要基礎。然而，隨著大型水力發電開發逐漸趨於飽和，且其建設過程可能對河川生態系統、土地利用及社會環境造成顯著影響，使相關開發面臨日益嚴格之環境與社會限制。在此背景下，近年研究逐漸將焦點轉向規模較小、環境衝擊較低的小型水力發電。

根據劉宏仁等人（2024）的研究指出，隨著全球能源轉型與淨零排放政策之推動，再生能源逐漸成為各國能源發展之核心，其中小型水力發電因具備低碳排放、運轉穩定、壽命長及適合分散式能源系統等優點，近年來受到廣泛關注。相較於大型水力發電，小水力發電通常不需大規模壩體工程，對環境與社會之衝擊較低，特別適合應用於地形起伏較大或偏遠地區。水頭與流量是決定水力發電潛力的核心要素，並直接關係到電能產出與發電效率（Areri & Bibi, 2023）。然而，隨著技術進步，流速型水輪機

逐漸發展，使得流速亦成為重要評估參數之一。因此，現代小水力發電評估已由傳統單一因子分析，轉向整合水頭、流量與流速之多因子評估架構。

在大尺度流域分析中，GIS 提供了一個有效整合空間資料之平台。GIS 可處理數值高程模型 (DEM)、河網、土地利用及集水區邊界等資料，並進行坡度分析、水頭計算與空間分布判釋。相關研究指出，GIS 能有效應用於小水力發電場址之初步篩選，透過空間分析快速辨識具潛力之河段，並建立潛力分布圖。國內研究亦顯示，利用 GIS 進行集水區尺度之場址評估，能顯著降低傳統人工調查之時間與成本。然而，多數研究仍偏重地形與幾何條件分析，對於流量與水文變化之考量相對不足。因此，將 GIS 與水文模型整合，已成為提升評估準確性之重要方向。

流量為小水力發電潛力評估之關鍵參數之一，但實際量測資料常受限於測站分布與時間長度，因此利用水文模型進行流量模擬已成為常見方法。根據鍾閔光等人 (2014) 的研究，SWAT 為廣泛應用之半分布式水文模型，可模擬降雨、蒸發散、地表逕流與地下水補注等水文過程。該模式透過子流域與水文反應單元之劃分，可有效描述流域內之空間異質性。Tapas 等人 (Tapas et al., 2025) 研究指出，SWAT 之模擬結果對參數設定具有敏感性，顯示模型校正對於提升模擬精度之重要性；此外，降雨資料品質與最佳化方法亦會影響模型預測能力。SWAT 具備長期流量模擬能力，吳蕙雯等人 (2014) 應用於缺乏實測資料區域之流量推估，並作為小水力發電場址評估之依據。

除了 SWAT 之外，TOPography-based MODEL (TOPMODEL) 亦為常見之水文模型之一。該模型以地形為核心，透過地形指數描述流域內不同區域之飽和程度與逕流生成潛勢。Maref 等人 (Maref et al., 2018) 的研究顯示，TOPMODEL 能有效反映地形對水文反應之控制作用，特別適用於坡度變化明顯之山區流域。相較於參數較多之模型，TOPMODEL 具有概念簡單與計算效率高之優點，但其對地形資料品質較為敏感，且理論假設偏向飽和逕流機制，因此在實務應用上常作為輔助分析工具。

另一方面，Hydrologic Engineering Center - Hydrologic Modeling System (HEC-HMS) 為常用之水文模擬系統，可模擬降雨轉換為逕流之過程，並支援多種損失模式與流量演算方法。Guduru 等人 (Guduru et al., 2024) 的研究顯示，HEC-HMS 在流域流量模擬與工程應用方面具有良好之適用性。由於其模組化設計，研究者可依流域特性選擇適合之方法，使其成為水文模型比較與驗證之重要工具之一。

然而，僅依賴流量與水頭進行評估仍不足以完整反映水力發電之可行性，河道內之水理條件，特別是流速分布，亦為重要考量因素。Hydrologic Engineering Center - River Analysis System (HEC-RAS) 為常用之河川水理模擬工具，可進行一維與二維水流分析，並輸出水位與流速等資訊。在小水力發電研究中，HEC-RAS 常用於分析特定河段之流速條件，以評估流速型水輪機之適用性。特別是在低水頭但流量較大之河段，流速分析可補足僅以地形與流量判斷之不足，使評估結果更具完整性。

在水輪機選型方面，不同水輪機型式適用於不同水頭與流量條件，Pelton 水輪機適用於高水頭低流量環境，Francis 水輪機適用於中高水頭條件，而 Kaplan 與 Tubular 水輪機則適用於低水頭高流量環境 (JICA, 2011)；此外，Cross Flow 水輪機因其結構

簡單且適用範圍廣，在中低水頭條件下亦具有良好應用性。隨著流速型水輪機之發展，低水頭河段亦可透過流速進行能源開發，使小水力發電之應用範圍進一步擴展。因此，小水力發電場址評估應整合水頭、流量與流速等多項因素，以進行綜合判斷。

綜上所述，小型水力發電（SHP）之評估方法已由傳統經驗判斷，演進為結合地理資訊系統（GIS）、水文模型與水理模擬之整合式分析架構。儘管 GIS 空間分析與水文流量模擬已廣泛應用，但現有研究仍多侷限於單一模型分析，缺乏多模型協同運作之驗證；此外，評估範疇多聚焦於水頭落差，鮮少將流速型發電潛力納入整體框架。為彌補此研究缺口，本研究整合 SWAT、QGIS 與 HEC-RAS 建立一套系統化評估流程，同步考量「落差型」與「流速型」之發電潛能，旨在提升場址篩選之精準度與實用價值，為山區小水力資源開發提供更為完整的決策支持。

參、研究方法與材料

一、研究流程概述

本研究將從政府單位蒐集到的地形與水文資料，結合 QGIS 與水文模型進行數據分析，計算潛在場址的坡度與流量，並據此評估其發電潛力。接著再依據計算結果，對篩選出的地點進一步評估小型水力發電開發可能帶來的效益及其優缺點，最後選出適合進行小型水力發電開發的地點，如圖 1。

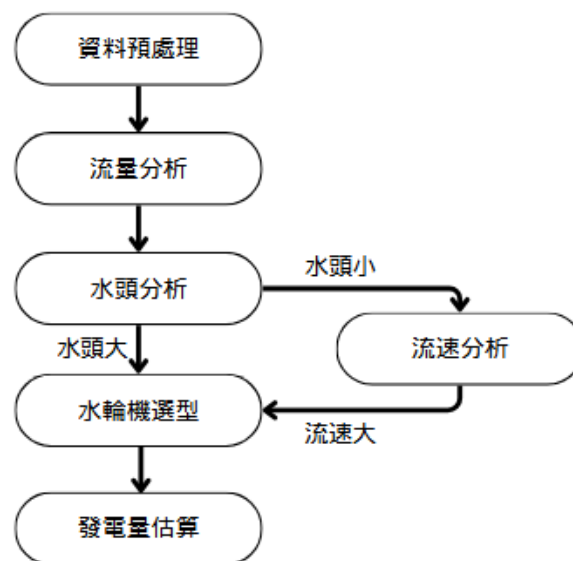


圖 1. 研究流程圖

二、QGIS 介紹

QGIS 是一款開源的地理資訊系統，提供強大的空間數據管理、分析與可視化功能，並支持各種空間分析操作。本研究中，QGIS 主要用於向量與柵格數據處理(如座標轉換與幾何運算)、地形分析(包括坡度、坡向計算與流域劃分)及空間統計分析相較於商業 GIS 軟體，QGIS 完全免費，且支持開放源碼，使用者可根據需求進行自定義

修改，特別是通過 Python 編程語言進行功能擴展，滿足特殊需求。QGIS 擁有直觀的圖形用戶界面(GUI)，降低了使用者的入門難度，並提供大量插件，支持多種功能擴展。此外，QGIS 的跨平台特性使其適用於不同操作系統，為協作研究提供便利。

三、水文模型介紹

水文模型係描述流域內水分循環與時空演變過程之關鍵分析工具。其核心價值在於整合數位高程模型 (DEM)、土地利用 (Land Use)、土壤物理特性及氣象驅動資料，藉由數學方程式表徵降雨—逕流 (Rainfall-Runoff) 之物理機制。在小型水力發電 (SHP) 之研究範疇中，水文模型不僅用於推估缺乏實測站點區域的日平均流量，更是進行場址初步篩選 (Site Screening) 與發電潛能評估 (Potential Assessment) 的決策基石，使研究者能在大尺度的流域範圍內，精確識別具備開發價值之高潛力子流域。

本研究針對卑南溪流域之特性，選定 SWAT、TOPMODEL、HEC-HMS 及 HEC-RAS 四套模型進行整合應用，各模型之技術定位說明如下：

- (一) SWAT (Soil and Water Assessment Tool)：長期連續性模擬之基礎 SWAT 為美國農業部 (USDA) 開發之半分布式 (Semi-distributed) 物理模型。其將流域劃分為多個水文反應單元 (HRUs)，並基於水量平衡方程 (Water Balance Equation) 模擬水分之入滲、蒸發散及地下水補注。由於其擅長處理長時間序列 (Long-term) 之日流量資料，本研究將其定位為卑南溪流域整體水資源時空分佈之評估核心，為落差型發電提供穩定之基流數據。
- (二) TOPMODEL (Topography-based Model)：地形驅動之空間差異分析由 Beven 與 Kirkby 提出之 TOPMODEL，其特色在於利用「地形指數」(Topographic Index, $\ln(a/\tan\beta)$) 描述流域內水分飽和區之空間分佈。對於地形起伏劇烈之卑南溪山區，該模型能有效分析局部坡度與集水面積對逕流形成之影響。相較於參數繁雜的分布式模型，TOPMODEL 提供了一種更為精煉且具備物理意義的方法，用以補強山區微型集水區之水文特徵描述。
- (三) HEC-HMS (Hydrologic Modeling System)：降雨逕流轉換與事件分析 HEC-HMS 由美軍工程兵團 (USACE) 開發，具備高度模組化之特性。其針對單一降雨事件 (Event-based) 之洪峰流量與流量歷線 (Hydrograph) 具有極佳之模擬精度。在小水力評估中，HEC-HMS 扮演「穩定度測試」之角色，協助分析在不同降雨情境下河道的動態響應，進而評估發電設備在極端水文條件下的運行風險與可行性。
- (四) HEC-RAS (River Analysis System) — 局部斷面之水理特徵精化與前述水文模型不同，HEC-RAS 專注於河道內部之水理行為 (Hydraulic Behavior)。透過一維與二維之定常流 (Steady Flow) 或非定常流 (Unsteady Flow) 模擬，可精確計算斷面之水位高度、流速向量及水頭損失。在本研究中，其主要功用在於將水文模型推算之流量轉化為空間流速分佈，為「流速型水輪機」之佈建位置與選型提供關鍵之流場數據。

本研究透過上述模型之協同運作（Synergy），建構了從「大尺度流域模擬」跨越至「小尺度局部水力分析」的全方位框架。SWAT 與 TOPMODEL 負責提供廣域的水文背景與流量分佈，HEC-HMS 強化了時間序列的穩定性分析，而 HEC-RAS 則完成最後一哩路的流速場精化。此整合路徑有效克服了單一模型在物理描述上的侷限性，顯著提升了山區小型水力發電潛力評估的精準度與場址開發之技術完整性。

四、水頭分析

水頭分析的目的是基於流量數據選擇合適的小型水力發電場址，並為後續的水輪機選型提供依據。首先，根據水文模型模擬的流量數據，對卑南溪流域內的各河段進行初步篩選，選擇流量較大且穩定的區域。流量的穩定性是小型水力發電系統設置的基本前提，流量較大的區域通常具有更高的發電潛力。選擇出具有高流量的河段後，進一步結合當地的坡度資料進行水頭分析。

本研究將使用自政府資料開放平台下載的數值高程模型（DEM），並匯入 QGIS 進行分析。選用此 DEM 資料的主要原因，在於其具備免費且公開的特性，能夠降低研究成本，同時也可確保資料取得上的便利性。此外，政府提供的 DEM 資料通常具有一定程度的精度與可靠性，可作為水資源與地形分析的基礎，符合本研究的需求。

通過水頭分析，我們能夠確定每個場址的水頭值，並根據水頭的高低為水輪機的選型提供科學依據。這一過程能夠有效提高場址選擇的精確度，確保選擇出的場址具備最佳的發電效益。此流程為後續的流速分析和最終的水輪機選型提供了依據，從而進一步確保發電效能的最大化。

五、流速分析

在選擇小型水力發電場址的過程中，流速分析是確定合適水輪機型號的重要步驟。流速型水輪機的選擇依賴於流速較高的河段，而流速分析的主要目的是確定每個選定場址的流速，並為後續的水輪機選型提供依據。

本研究使用 HEC-RAS 模型來進行流速分析。HEC-RAS 可根據不同流量數據及河道斷面資料，模擬水流在河道中的分布與變化。然而，HEC-RAS 模型無法進行大範圍的流速模擬，僅能在較小範圍內進行精確的分析。為了彌補這一限制，本研究首先通過其他水文模型篩選出具有較高且穩定流量的河段，確保分析的河段具有足夠的發電潛力，再進行流速模擬。

首先根據水文模型模擬的流量數據，選擇出具有穩定且較高流量的河段，這些河段將作為 HEC-RAS 模型的輸入對象。接著，將這些選定的河段流量數據輸入 HEC-RAS，計算每個區段的流速分布。

在 HEC-RAS 中，流速的計算通常基於流量、河道斷面、坡度及水位等多個因素。通過模擬不同流量條件下的水流變化，我們能夠得到每個河段的流速數據，並根據流速的高低進一步篩選場址。對於流速較高的區域，將優先考慮選擇流速型水輪機，這類水輪機在高流速環境下能夠更高效地轉換水流能量。

六、發電潛力計算

傳統上，在評估水力發電場址時，初期往往需要投入相當高的成本，且必須仰賴具備經驗的人員進行判斷，這對小水力發電若想大規模推廣而言，無疑是一項重要阻礙。因此，近年來持續發展以電腦為基礎的評估工具。對於落差型小水力發電而言，主要是先找出水頭高度與水流量，再配合水輪機及發電機的效率，即可估算其發電潛力，如式(1)所示：

$$P = \rho \times g \times Q \times H \times \eta \quad (1)$$

其中，P 為產生的電力(kW)， ρ 為流體密度(kg/m³)，g 為重力加速度 9.81 m/s²，Q 為河川流量(m³/s)，H 為水頭垂直落差(m)， η 為水輪機效率與發電機效率的總和值。至於流速型小水力發電，其發電量的估算公式如式(2)所示：

$$P = \frac{1}{2} \times \rho \times A \times V^3 \times \eta \quad (2)$$

其中，P 為產生的電力(kW)， ρ 為流體密度(kg/m³)，A 為水輪機截面積，V 為水流速度(m/s)， η 為水輪機效率與發電機效率的總和值。

七、水輪機篩選

在小型水力發電系統的設計中，選擇合適的水輪機型式，對整體系統效益與運轉穩定性具有重要影響。不同種類的水輪機，適用的流速、水頭及流量條件各不相同，因此本研究將根據模擬所得的水頭與流量資料，針對潛在發電流域進行發電機適用性篩選。

表 1. 各水輪機合適情形對照表

水輪機類型	Water Head (m)	Flow Rate (m ³ /s)
Cross Flow	5~100	0.1~10
Francis Turbine	15~300	0.3-20
Kaplan	5~80	5-50
Pelton	15~500	0.1~3
Tubular	5~18	2~20

肆、結果

一、流量模擬結果

本研究目前已完成第一階段之水文基礎建模，重點在於建立卑南溪流域之核心流量基準。現階段以 **SWAT 模型** 為主軸，針對 2020 年全年度之日流量進行模擬分析。關於多模型間（如 TOPMODEL 與 HEC-HMS）之交互驗證與對比評估，將於後續研究階段逐步導入，以建構更完備的水文評估體系。

本研究選取 2020 年之模擬日流量作為代表性指標，藉此掌握流域內之水資源時空分佈趨勢。由圖 2 之模擬結果顯示，卑南溪流域之平均日流量呈現顯著之空間異質性：

- (一) 中上游地區：受限於地勢陡峭及集水面積較小之物理特性，模擬流量普遍偏低，反映了典型山區河川之初期匯流特徵。
- (二) 中下游地區：隨著支流匯流增加及集水面積擴張，配合地形趨於平緩，流量呈現明顯遞增趨勢。

整體而言，SWAT 模型之初步模擬結果展現出高度的空間合理性，符合該流域之實際物理水文趨勢。此階段性成果已為後續針對不同子流域進行「落差型」與「流速型」水力發電潛能之精確評估，奠定了堅實的數據基礎。

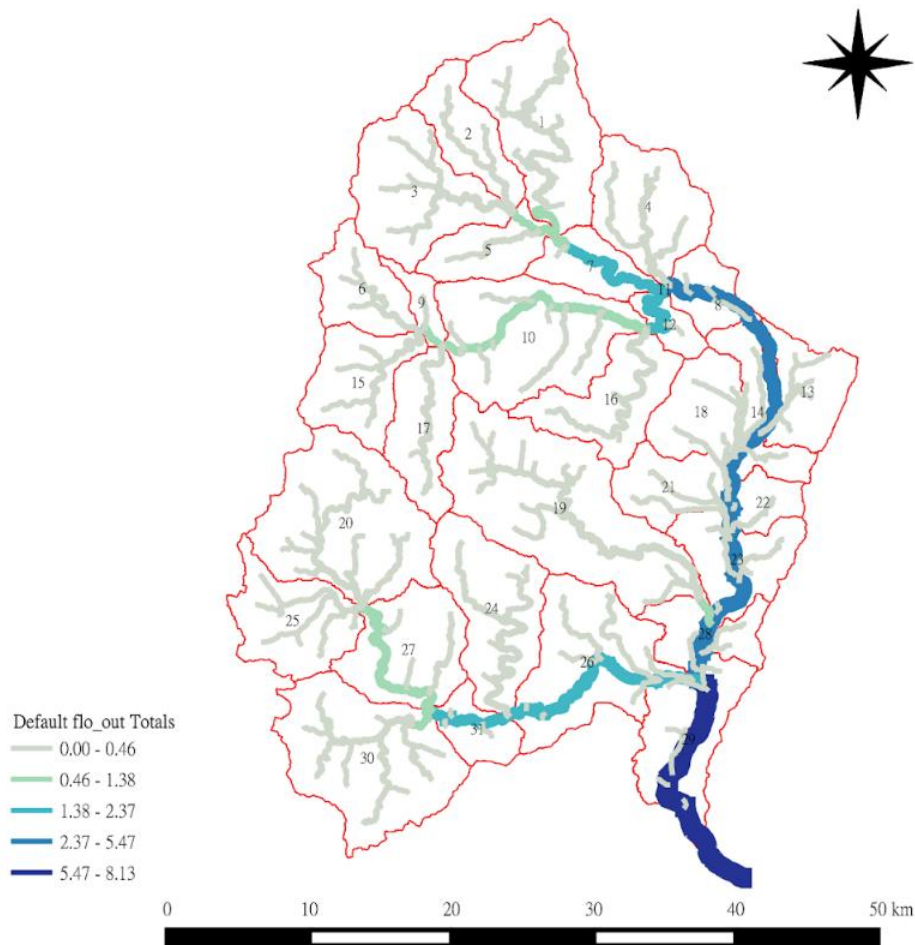


圖 2. 2020 年平均日模擬流量

二、水頭與流量篩選結果

本研究選定地形起伏顯著之子流域 5 作為重點研究目標(如圖 3 所示)，並採用 100 公尺空間間距進行河段離散化處理。透過整合 SWAT 模型之模擬流量與地形水頭數據，針對各潛力點位進行落差型水輪機之機組適配性分析。根據評估結果，本研究於該流域共篩選出 60 處具備開發潛力之點位。在選型分佈上呈現以下特徵：

- (一) 橫流式水輪機 (Cross Flow Turbine)：展現極佳的环境適應性，於 60 處潛力點均符合運行條件 (佔比 100%)，為該區域最適用之機型。
- (二) 佩爾頓式水輪機 (Pelton Turbine)：適用於高水頭、低流量之特定區段，共有 13 處點位符合其特徵指標 (約佔 22%)。
- (三) 其餘機型：由於水力條件未達啟動閾值或運行效率區間，故無符合之點位。
- 此外，針對「低水頭、高流量」之特殊河段，本研究進一步導入**流速場分析**，匹配流速型水輪機 (Kinetic Turbine) 以彌補落差型設備之局限。此種「雙軌化選型策略」不僅能針對多元水文條件提供客製化配置，更能有效優化整體流域之發電效益，確保水力資源開發之最優化運行。

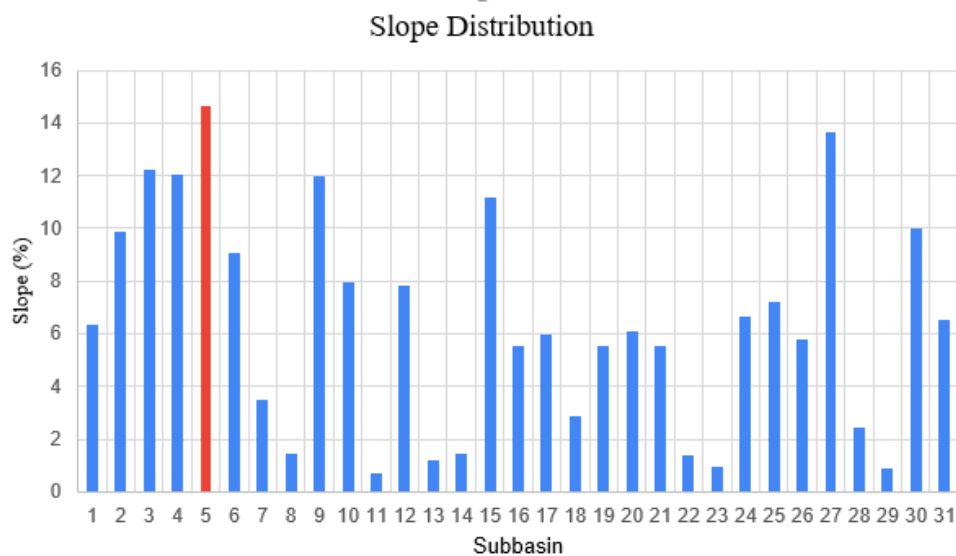


圖 3. 子流域坡度分析圖

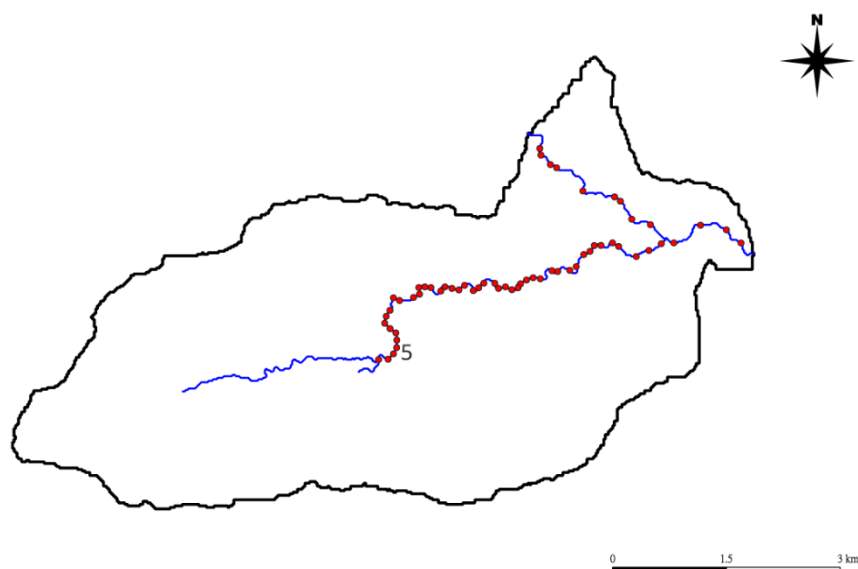


圖 4. Cross Flow 選型點位(共 60 個點位)

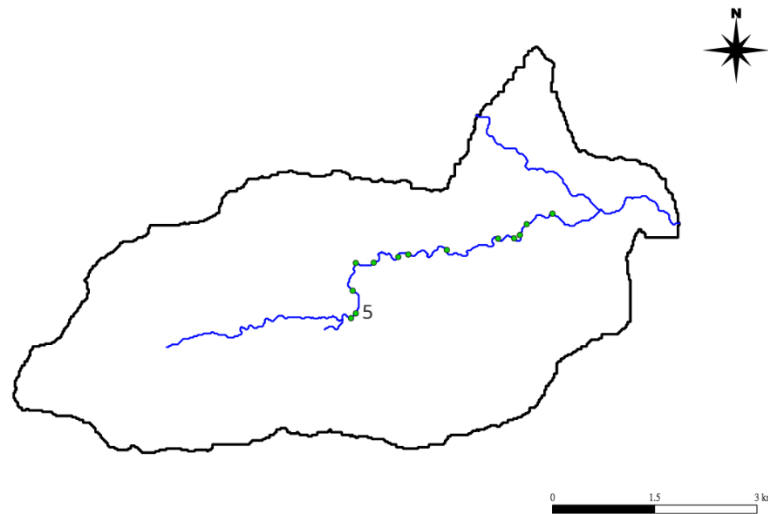


圖 5. Pelton 選型點位(共 13 個點位)

三、落差型水輪機

本研究基於初步獲取之水頭 (Head)、流量 (Discharge) 及流速 (Velocity) 數據，建構理論發電潛能評估模型。為初步掌握流域內之資源規模，本階段評估採取通用性能參數，暫不針對個別水輪機型號之效率曲線進行差異化修正。

各潛力點位之理論輸出功率 P (單位: kW) 係依據公式(1)進行估算，其中: η 為系統綜合效率，本研究保守設定為 0.7 (涵蓋水輪機與發電機之整合損失); ρ 為水的密度，取值為 1000 kg/m^3 ; g 為重力加速度，取值為 9.81 m/s^2 ; Q 為設計流量 (m^3/s); H 為有效水頭 (m)。

為量化各場址之經濟開發價值，本研究進一步假設機組維持全天候 (24 小時) 運轉，藉此計算其理論年發電量 (Annual Energy Production, AEP)，單位以 kWh 計。該指標將作為後續篩選優先開發場址與評估流域能源貢獻度之核心基準。

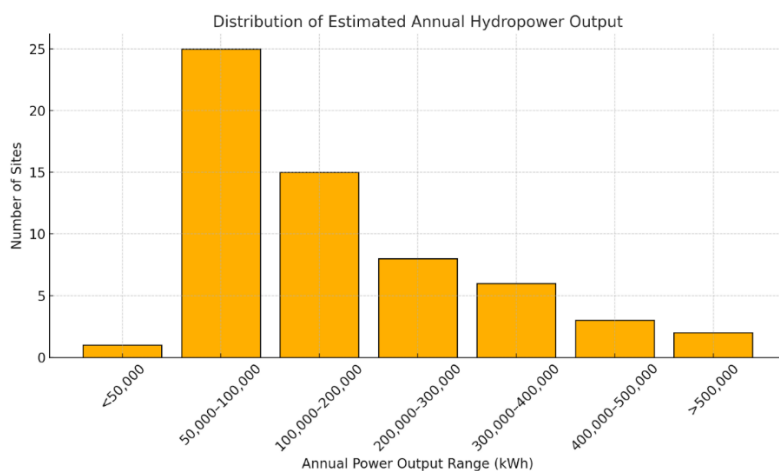


圖 6. 顯示子流域 5 中各潛力點位之預估年水力發電量的分佈情形，依年發電量 (kWh) 分級統計，橫軸為發電量級距，縱軸為各級距內之點位數量。

四、流速分析結果

本研究選定 SWAT 模擬流量表現較佳之子流域 29 作為流速特徵分析之代表性河段。為精確掌握該區段之水流動力特性，本研究採用 HEC-RAS 進行一維定常流（1D Steady Flow）水理模擬。

在模擬邊界條件（Boundary Conditions）之設定上，以 SWAT 模型推估之長年平均日流量 $Q = 8.13 \text{ m}^3/\text{s}$ 作為初始輸入值，藉此反映穩定供水情境下之實際水文特徵。根據 HEC-RAS 模擬結果顯示，該代表性河段之平均流速分布穩定，其計算平均流速為 $V = 0.685 \text{ m/s}$ 。此量化數據將作為後續評估流速型水輪機（Kinetic Turbine）安裝可行性與功率輸出預測之關鍵參數，確保評估結果具備水理學上之實證基礎。

五、流速型水輪機

針對不具備顯著水頭落差之子流域 29，本研究進一步評估其河道動力能（Kinetic Energy）之開發潛力。將 HEC-RAS 模擬所得之代表性流速 $V = 0.685 \text{ m/s}$ 帶入公式(2)：

$$P_{kinetic} = \frac{1}{2} \cdot \eta \cdot \rho \cdot A \cdot V^3 \quad (3)$$

其中，系統綜合效率 η 設定為 0.7，水的密度 ρ 為 1000 kg/m^3 。經由能量轉換模型推算，並假設機組維持全天候（24 小時）穩定運行，該代表性河段之預估年發電量（AEP）約為 11,703 kWh。

此評估結果證實，即便在缺乏高水頭地理條件的平緩河段，透過流速型水輪機（Kinetic Turbine）仍能有效擷取河川動能並轉化為電力。此發現為低落差區域提供了具備實作價值的替代能源路徑，顯著提升了整體流域小水力開發之資源利用率與場址適應性。

伍、討論

一、研究成果總結：系統化評估流程之建構

本研究成功開發一套整合地理資訊系統（GIS）與物理性水文模型之小型水力發電（SHP）場址篩選流程，其學術價值與實踐潛力主要體現在以下維度：

- （一）系統化場址甄別邏輯：本流程擺脫了傳統依賴零星觀測站的侷限，透過 SWAT 模型與 GIS 空間疊置分析，建立了從資料蒐集、子流域篩選到潛力估算的標準化作業程序（SOP）。此架構能有效整合異質空間數據，為開發決策提供具備物理意義的科學依據。
- （二）多指標能量轉換預測：不同於過往僅關注水頭（Head）或流量（Discharge）的單一評估，本研究同步導入流速（Velocity）因子，針對卑南溪流域產出保守且具備可靠度的發電潛力預測。此多指標評估法能更精確地對應不同類型之水輪機組，提升資源利用率。
- （三）多模型協同分析架構之奠基：本研究初步實證了 SWAT 與 HEC-RAS 在大尺度的流量分佈與小尺度的水理精化上的互補性。此種整合分析架構為後續納

入更多物理機制模型（如 TOPMODEL 或 HEC-HMS）提供了可擴充的技術接口，旨在透過多模型整合（Multi-model Ensemble）極大化評估精度。

二、研究限制：極端氣候事件下之模擬挑戰

儘管本研究在常態水文模擬上表現優異，但透過 2020 年之模擬案例發現，SWAT 模型在應對短時強降雨（如 5 至 6 月間之颱風事件）時，存在明顯的流量低估現象。

根據中央氣象署之歷史觀測資料，該時段雖有顯著之颱風降雨紀錄，但 SWAT 之模擬曲線僅呈現平緩波動。此限制反映了半分布式模型在大時間尺度（Daily scale）下，可能忽略了短歷時、高強度逕流的瞬時響應。為彌補此缺陷，後續研究將導入事件導向模型（Event-based Model） HEC-HMS。藉由 HEC-HMS 卓越的降雨—逕流轉換能力與細緻的時間解析度，將能有效修正極端天氣下之流量歷線，進而提升系統在氣候變遷背景下的抗風險能力與評估時效性。

三、未來展望與擴展方向

基於目前的階段性成果，本研究建議未來可從以下三個方向深化：

- (一) 智能化與自動化決策系統：未來可進一步整合機器學習（Machine Learning）演算法，針對大數據環境下的氣候、地形及環境變遷進行自動化特徵提取。透過開發自動化評估平台，可大幅降低人工處理數據之成本，實現場址篩選之智能偵測與快速迭代。
- (二) 完善多維度永續評估指標：現有流程已初步考量環境與經濟因子，未來應進一步納入社會衝擊（Social Impact）、法規遵從性（Regulatory Compliance）及能源安全策略等質性指標。建構多準則決策分析（MCDA）框架，將能為 SHP 項目之可持續發展提供更為周全的決策支持。
- (三) 全球化場址評估工具之通用性研究：卑南溪之案例可作為典型山區河流之參考原型。未來研究將探索此流程在不同地理環境（如水文資料匱乏地區或不同氣候帶）的適應性。目標是將此評估框架優化為具備全球遷移性（Generalizability）的開放式工具，助力全球分散式再生能源之布局。
- (四) 數據精準化與模型校核優化：針對目前實測數據不足之挑戰，未來研究將致力於結合遙測技術（Remote Sensing）與低功耗物聯網傳感器（IoT Sensors），獲取更多現地觀測資料以進行模型參數校正（Calibration），並採用納許效率係數（NSE）、決定係數（ R^2 ）及 偏差百分比（PBIAS）等標準水文指標進行量化驗證。透過多模型比對分析，找出最契合目標流域特性的水文模擬路徑，持續提升發電潛能預測之準確度。

陸、致謝

本研究部分由台灣國家科學及技術委員會資助，項目編號為 NSTC 114-2222-E-143-002。

柒、參考文獻

一、中文

- 劉宏仁、林文勝、游景雲、陳谷汎 (2024)。小水力發電之發展歷程、現況與推動建議。中興工程，51 (1)，10-21。
- 鍾閔光、林俐玲 (2014)。土壤水文評估模式之介紹。中華水土保持學報，45 (3)，151-158。
- 吳蕙雯、鍾閔光、林俐玲 (2014)。SWAT 模式參數之敏感性分析——以來社溪集水區為例。中華水土保持學報，45 (3)，143-150。

二、外文

- IRENA (2022). Renewable energy statistics 2022. International Renewable Energy Agency.
- Areri, D. C., & Bibi, T. S. (2023). Identification of small-scale hydropower potential sites using geographic information system and hydrologic modeling technique: Awata river, Genale Dawa basin, Ethiopia. Energy Reports, 9, 2405-2419.
- Tapas, M. R., Etheridge, R., Tran, T. N. D., Le, M. H., Hinckley, B., Nguyen, V. T., & Lakshmi, V. (2025). Evaluating combinations of rainfall datasets and optimization techniques for improved hydrological predictions using the SWAT+ model. Journal of Hydrology: Regional Studies, 57, 102134.
- Maref, N., Korichi, K., & Mahfoud, Z. (2018). Modeling the rainfall-runoff relationship with TOPMODEL in the Wadi El Kebir watershed. Journal of Water and Land Development, 38, 81-88.
- Guduru, J. U., & Mohammed, A. S. (2024). Hydrological modeling using HEC-HMS model, case of Tikur Wuha River Basin, Rift Valley River Basin, Ethiopia. Environmental Challenges, 17, 101017.
- Japan International Cooperation Agency [JICA]. (2011). Guideline and manual for hydropower development vol. 2: Small scale hydropower. JICA; Electric Power Development Co., Ltd. pp. 135–137.

程式設計融入中小學數學探究式教學與討論活動設計之研究

胡耀仁¹、劉恩睿^{2*}

摘要

本研究目的為激發學生學習數學之動機，結合中小學數學與程式設計，透過「先理解數學原理，再以程式實作出計算機」之方式，引導學生將抽象的數學公式轉化為具體可執行的運算流程。數學中的許多觀念，在傳統教學中多以紙筆推導為主，學生往往僅停留在公式記憶層次，難以理解其運算邏輯與實際應用。本研究為開發一套以程式設計課程 C 語言實作，設計一系列以中小學數學觀念為核心的程式實作活動，包含等差數列級數、二次函數、費式數列，並引導學生完成一套對應計算機系統。透過實作歷程，提升學生在數學理解、運算思維與問題解決能力上的學習表現。依學生反饋，程式實作有助於釐清數學運算步驟，並提升其學習動機與概念理解程度。本研究可作為數學與程式跨領域教學之參考。

關鍵字：數學教育、程式設計、計算機實作、運算思維,跨領域教學

¹ 胡耀仁，臺南市私立快樂營美語數理學校老師。Email: abilcc5566@gmail.com

² 劉恩睿(通訊作者)，國立臺東大學綠能與資訊科技學系助理教授。Email: ejliu@nttu.edu.tw

A Study on Integrating Programming into Inquiry-Based Mathematics Teaching and Discussion Activities in Primary and Secondary Education

Yao-Ren Hu¹, En-Jui Liu^{2*}

This study investigates the integration of elementary and secondary mathematics education with computer programming through a programming-based calculator development approach. The instructional design requires students to first conceptualize mathematical principles and subsequently translate these principles into executable algorithms implemented in C programming language. The objective is to facilitate the transformation of abstract mathematical formulas into structured computational procedures.

Traditional mathematics instruction frequently relies on symbolic manipulation and paper-based derivations, which may limit students' understanding to formula memorization rather than procedural comprehension. To address this issue, a series of programming activities was developed based on core mathematical topics in elementary and secondary curricula, including arithmetic sequences and series, quadratic functions, the Fibonacci sequence, and time-based carry operations. Students were guided to design and implement a functional calculator system that encapsulates these mathematical models.

Through algorithm design, code implementation, testing, and debugging processes, students engaged in systematic problem decomposition and logical structuring, thereby strengthening their computational thinking skills. Empirical observations and student feedback indicate that programming-based mathematical implementation enhances procedural clarity, conceptual understanding, and learning motivation. The findings suggest that integrating programming practice into mathematics instruction provides an effective interdisciplinary framework for fostering algorithmic thinking and applied problem-solving competence.

Keywords: Mathematics Education, Programming, Calculator Implementation, Computational Thinking, Interdisciplinary Teaching

¹ Yao-Ren Hu, Tainan Private Cram School Teacher, Email: abillcc5566@gmail.com

² En-Jui Liu (Corresponding Author), Assistant Professor, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University, Email: ejliu@nttu.edu.tw

壹、前言

數學與程式設計皆強調邏輯推理與問題解決能力，兩者在學習本質上具有高度關聯性。然而，在實際教學中，數學課程多以公式推導與紙筆計算為主，而程式設計課程則偏重語法與結構練習，學生往往難以將兩者加以連結，導致學習成效有限。

隨著資訊科技的普及，程式設計逐漸成為重要的基礎能力，若能將程式設計作為數學學習的工具，協助學生將抽象數學概念轉化為具體運算流程，將有助於深化數學理解。因此，本研究嘗試以數學計算機之程式實作為教學核心，讓學生在理解數學概念後，透過程式設計實際完成計算功能，藉此提升學習成效。

貳、文獻探討

一、數學概念學習與迷思概念形成

相關研究指出，學生在學習數學概念時，若僅透過符號操作與公式記憶進行學習，容易形成迷思概念，特別是在比例、函數與統計等主題中更為明顯（Dewey, 1938；Goodman et al., 2006）。研究亦顯示，透過具體操作、反思與多元表徵方式進行教學，有助於學生修正錯誤概念並建立正確的數學理解（Hearns et al., 2010）。

二、程式設計與運算思維

程式設計強調問題拆解、流程規劃與邏輯判斷，其學習歷程與數學解題所需之邏輯推理高度相似。學者指出，透過程式設計活動，學生能將抽象問題轉換為可執行的演算法，進而培養運算思維與系統性思考能力（Papert, 1980；Wing, 2006）。此外，多階段程式實作與反覆練習的學習方式，亦能提升學生對程式與數學概念的整體理解（Rother et al., 2010）。

三、探究式教學在跨領域學習中的應用

探究式教學強調學生主動提出問題、進行實驗驗證與反思的學習歷程，有助於深化概念理解與提升學習動機（Dewey, 1959）。相關研究指出，結合動手做與探究活動的教學設計，能在學習成效與學習動機上優於傳統講述式教學（Gerstner & Bogner, 2010）。近年來，STEM 教育與跨領域課程的推動，更凸顯將工程設計與程式實作融入中小學數學與科學課程之重要性（Hynes et al., 2011；Breiner et al., 2012）。

四、等差數列級數

數列是由數字組成的序列，若數列中每項與其前一項之差值相等（該差值稱為公差），該數列即為等差數列，例如數列：7, 10, 13, 16, 19, 22, ...即為一個等差數列，在這個數列中，自第二項起，每項與其前一項之差值皆為 3，公差即為 3；如果一個等差數列的首項記作 a_1 ，公差記作 d ，而因首項與第 n 項之間有 $n-1$ 個間隔，每一間隔大小為公差 d ，故該等差數列第 n 項 a_n 即為： $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ 。等差數列中首項至第 n 項加總即為等差級數 S_n ，因等差數列中 a_i 與 a_{n-i+1} 兩兩一組（所以共 $n/2$ 組）之值皆相同且等於 $a_1 + a_n$ ，故 $S_n = (a_1 + a_n) \cdot n/2$ 或 $[2a_1 + (n-1) \cdot d] \cdot n/2$ 。

五、二次函數

二次函數為多項式函數的一種，其一般形式為：

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

其中 a 、 b 、 c 為常數，且 $a \neq 0$ 。二次函數的圖形為拋物線，其開口方向取決於係數 a 的正負：當 $a > 0$ 時拋物線開口向上；當 $a < 0$ 時拋物線開口向下。拋物線的頂點為函數的極值點，其座標為：

$$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

在函數分析中，常需求解 $f(x) = 0$ 的情形，即求二次方程式

$$ax^2 + bx + c = 0$$

之解。其解可由求根公式表示為：

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

其中 $b^2 - 4ac$ 稱為判別式 (discriminant)，通常以 Δ 表示。判別式可用以判斷方程式根的性質：當 $\Delta > 0$ 時，方程式具有兩個相異實根；當 $\Delta = 0$ 時，具有一個重根；當 $\Delta < 0$ 時，則無實數解。二次函數在數學與科學領域中具有重要地位，常應用於拋體運動分析、最佳化問題與面積計算等問題。

六、費式數列

費式數列是一個前二項分別為 0 和 1 而後續每個數字皆等於前兩個數字加總的數列，故前幾項為 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...。費式數列之重要性質之一為相鄰兩項之比值隨 n 增加而趨近黃金比例：

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.618$$

，此數列廣泛應用於大自然生長規律、計算機科學與金融分析中。

七、時間進位計算

時間進位計算為小學常見教學內容，教學重點於秒、分、時與日之間的轉換，其關係為 60 秒為 1 分、60 分為 1 時、24 時為 1 日。此類運算不同於十進位系統，屬於多層級進位結構。

在進行時間計算時，當數值超過進位基準需進行進位處理，例如秒轉分、分轉時等，通常透過整數除法與餘數概念完成。由於進位基底不一致，學生在學習過程中容易產生混淆，特別是在多單位同時計算時更為明顯。因此，理解時間進位計算有助於學生掌握不同進位制之運算規則，並強化其對數值轉換與運算邏輯之理解。

參、研究方法

本研究採用探究式教學與實作分析相結合之方式進行，透過將數學學習與程式實作整合於教學過程中，引導學生從理解數學原理出發，進一步將抽象的數學公式轉化為具體且可執行的運算流程。研究重點在於以程式實作目前中小學數學課程作為數學與程式跨領域教學之參考，以此提升學生在數學概念理解、邏輯推理與問題解決能力等方面的學習表現。整體教學流程分為三個階段：

一、數學概念與程式語法講解：

在教學初期，教師先針對本研究所涉及之數學概念進行說明與推導，使學生能理解相關數學公式的形成過程與其實際意義。教學內容包含數列級數、二次函數、費式數列以及時間進位計算等主題。透過課堂講解、範例演示與問題討論等方式，引導學生理解數學概念之間的關聯性與運算邏輯，使學生不僅能記憶公式，更能理解其背後的數學原理。

此外，考量部分學生可能為首次接觸程式設計，本研究亦於教學初期安排基礎程式語法的介紹，包括變數宣告、資料型態、輸入與輸出指令、條件判斷結構以及迴圈控制等基本概念。透過簡單範例示範，使學生逐步熟悉程式語言的基本架構與撰寫方式，為後續將數學公式轉換為程式運算流程奠定基礎。

二、程式實作階段：

在學生理解相關數學概念與基本程式語法後，進入程式實作階段。此階段主要引導學生將數學公式與運算過程轉換為程式邏輯，並逐步撰寫對應之程式碼。學生需依據不同數學問題的特性，設計適當的運算步驟與程式流程，包括資料輸入、數值運算以及結果輸出等功能。

在實作過程中，學生透過實際撰寫程式並執行運算，可進一步觀察數學公式在不同數值條件下的計算結果，進而理解其運算規律。例如在數列級數計算中，學生可透過程式觀察數列項數增加時總和的變化；在費式數列的計算過程中，則可理解遞迴或迴圈運算所呈現的數列生成規律。透過此種方式，使學生能將抽象的數學概念轉化為具體的運算過程，進一步加深對數學概念的理解。

三、測試與修正：

在完成程式撰寫後，學生需進程式測試與結果驗證。透過輸入不同數值進行多次測試，比較程式輸出的計算結果與人工計算結果是否一致，以確認程式運算的正確性。若測試過程中發現計算結果與預期不符，則需回溯程式流程進行除錯與修正，包括檢查公式轉換是否正確、運算順序是否合理，以及程式邏輯是否存在錯誤。

透過反覆測試與修正的過程，學生能逐步建立完整的問題分析與解決能力，同時強化邏輯思考與運算理解能力。此外，透過程式與數學計算結果的對照，學生亦能更清楚理解數學公式在實際運算中的應用方式，進一步提升其對數學概念的掌握程度。

肆、結果與討論

透過本研究所開發的程式實作，可以清楚地觀察到中小學數學課程中核心概念的呈現與學生互動學習的效果。四個程式分別針對等差數列級數、二次函數、費式數列以及時間進位計算，呈現不同的數學概念與邏輯運算過程。

一、等差數列與級數程式

本程式透過輸入首項、公差及項數，即可計算出第 n 項及總和，並提供公式與迴圈兩種方法進行驗證。依學生反饋與觀察發現，學生在操作程式後，對等差數列的項數、總和計算公式，以及迴圈累加概念理解明顯提升；程式的即時運算結果也能幫助學生快速檢驗手算的正確性，進而強化對數列規律與公式應用的理解。

(a)

```
[*] 等差數列級數.cpp
1  #include<stdio.h>
2  int main(){
3      int d,n,a1,i;
4      printf("請輸入公差、項數、首項\n");
5      scanf("%d %d %d",&d,&n,&a1);
6      int a,s1,s2;
7      a=a1+(n-1)*d;
8      s1=(a+a1)*n/2;
9      printf("第%d項為%d,級數總和為%d\n",n,a,s1);
10     s2=0;
11     for(i=1;i<=n;i++){
12         s2+=a1+(i-1)*d;
13     }
14     printf("若以迴圈計算總和為%d",s2);
15 }
```

(b)

求等差數列 1, 3, 5, 7, 9 的和。

• 解析： $a_1 = 1, a_n = 9, n = 5$ 。

• 計算： $S_5 = \frac{5(1+9)}{2} = \frac{5 \times 10}{2} = 25$ 。

```
請輸入公差、項數、首項
2 5 1
第5項為9,級數總和為25
若以迴圈計算總和為25
-----
Process exited after 22.57 seconds with return value 0
請按任意鍵繼續 . . . |
```

圖 1. 等差數列與級數程式碼與結果

二、二次函數程式

透過程式輸入係數 a, b, c 即可計算判別式、求解實根或重根，並自動判斷極值點及對應函數值。這種動態操作使學生能直觀理解判別式與根的關係，以及極值概念。討論結果顯示，透過程式呈現的極值與根的關係圖示，能有效提升學生對二次函數圖形特性、對稱性及應用情境的理解，並促進邏輯推理能力。

(a)

```
[*] 二次函數.cpp
1  #include <stdio.h>
2  #include <math.h>
3  int main(){
4      float a,b,c,D,x1,x2,x,y;
5      printf("請輸入二次函數a,b,c值分別為多少\n");
6      scanf("%f %f %f",&a,&b,&c);
7      D=b*b-4*a*c;
8      if(D>0){
9          printf("f(x)=0 時有兩個相異實數解\n");
10         x1 = (-b + sqrt(D)) / (2*a);
11         x2 = (-b - sqrt(D)) / (2*a);
12         printf("x1 = %f\n",x1);
13         printf("x2 = %f\n",x2);
14     }
15     else if(D == 0){
16         printf("f(x)=0 時有一個重根\n");
17         x1 = -b/(2*a);
18         printf("x = %f\n",x1);
19     }
20     else{
21         printf("f(x)=0 時沒有實數解\n");
22     }
23     x=-b/(2*a);
24     y=a*x*x+b*x+c;
25     printf("當x=%f時,f(x)有極值%f\n",x,y);
26     return 0;
27 }
```


(b)

1. 兩交點情況 ($D > 0$)

- 函數： $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$
- 判別式： $D = (-5)^2 - 4(2)(2) = 25 - 16 = 9 > 0$
- 解(根)： $(2x - 1)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}, 2$
- 極值計算：頂點 $x = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4}$ ，代入得 最小值 $-\frac{9}{8}$ (即 $-\frac{D}{4a}$)

```
請輸入二次函數a,b,c值分別為多少
2 -5 2
f(x)=0 時有兩個相異實數解
x1 = 2.000000
x2 = 0.500000
當x=1.250000時,f(x)有極值-1.125000

-----
Process exited after 16.3 seconds with return value 0
請按任意鍵繼續 . . . |
```

(c)

2. 相切情況 ($D = 0$)

- 函數： $f(x) = 9x^2 + 6x + 1$
- 判別式： $D = (6)^2 - 4(9)(1) = 36 - 36 = 0$
- 解(根)： $(3x + 1)^2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ (重根)
- 極值計算：頂點 $x = \frac{-6}{18} = -\frac{1}{3}$ ，代入得 最小值 0 (即 $-\frac{D}{4a}$)

```
請輸入二次函數a,b,c值分別為多少
9 6 1
f(x)=0 時有一個重根
x = -0.333333
當x=-0.333333時,f(x)有極值0.000000

-----
Process exited after 5.793 seconds with return value 0
請按任意鍵繼續 . . . |
```

(d)

3. 無交點情況 ($D < 0$)

- 函數： $f(x) = -3x^2 + 2x - 1$
- 判別式： $D = (2)^2 - 4(-3)(-1) = 4 - 12 = -8 < 0$
- 解(根)：在實數範圍內 無實數解
- 極值計算：頂點 $x = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$ ，代入得 最大值 $-\frac{2}{3}$ (即 $-\frac{D}{4a}$)

```
請輸入二次函數a,b,c值分別為多少
-3 2 -1
f(x)=0 時沒有實數解
當x=0.333333時,f(x)有極值-0.666667

-----
Process exited after 12.87 seconds with return value 0
請按任意鍵繼續 . . . |
```

圖 2. 二次函數程式碼與結果

三、費式數列程式

本程式使用遞迴方法計算費式數列前 n 項，並顯示最後兩項的比值。結果顯示，學生在實作中能觀察到數列遞推的模式，以及費式數列相鄰兩項之比值確實將隨 n 增加而趨近黃金比例 1.618。透過程式運算，學生能加深對遞迴概念、序列規律與數學模式認識的掌握，並培養解決問題的邏輯思維。

(a)

```
[*] 費氏數列.cpp
1  #include <stdio.h>
2  /*遞迴函式*/
3  int fibonacci(int n){
4      if(n<=0) return 0; /*第0項為0 */
5      if(n==1) return 1; /*第1項為1 */
6      return fibonacci(n-1)+fibonacci(n-2);
7  }
8
9  int main(){
10     int n,i;
11     float q;
12     printf("請輸入欲計算Fibonacci 數列前幾項的值?\n");
13     scanf("%d",&n);
14     for(i=0;i<n;i++){
15         printf(" %d",fibonacci(i));
16         if(i==n-1){
17             q=(float)fibonacci(i)/fibonacci(i-1);
18             printf("\n 最後相鄰兩項之比值為%.3f",q);
19         }
20     }
21     return 0;
22 }
```

(b)

```
請輸入欲計算Fibonacci 數列前幾項的值?
10
0 1 1 2 3 5 8 13 21 34
最後相鄰兩項之比值為1.619

-----
Process exited after 2.04 seconds with return value 0
請按任意鍵繼續 . . . |
```

圖 3. 費式數列程式碼與結果

四、時間進位計算程式

本程式透過輸入日、時、分、秒等數值並進行倍數運算，程式能自動完成跨單位之進位處理，將結果轉換為正確之時間表示形式。由測試結果可發現，學生能正確處理秒轉分、分轉時及時轉日之進位關係，並理解不同單位間之換算規則。此過程有助於學生掌握多層級進位系統之運算邏輯，並降低在手動計算時可能產生的錯誤。

(a)

```
[*] 時間進位計算機.cpp
1  #include<stdio.h>
2  int main(){
3      int d,h,m,s,x;
4      printf("請輸入幾日幾時幾分幾秒\n");
5      scanf("%d %d %d %d",&d,&h,&m,&s);
6      printf("請輸入要乘多少\n");
7      scanf("%d",&x);
8      d=d*x;
9      h=h*x;
10     m=m*x;
11     s=s*x;
12     m=m+s/60;
13     h=h+m/60;
14     d=d+h/24;
15     s=s%60;
16     m=m%60;
17     h=h%24;
18     printf("%d日%d時%d分%d秒",d,h,m,s);
19 }
```

(b)

題目

「小強參加環島馬拉松接力賽，他跑完一棒平均需要 7 小時 45 分 50 秒。如果他一共要跑 4 棒，總共花了多少時間？」

解題步驟（直式思考）：

1. 先分別乘出來：

1. 秒： $50 \times 4 = 200$ 秒2. 分： $45 \times 4 = 180$ 分3. 時： $7 \times 4 = 28$ 時

2. 由小單位開始進位：

1. 秒進分： $200 \div 60 = 3$ 餘 20 → 留 20 秒，進 3 分。2. 分進時： $(180 + 3) \div 60 = 3$ 餘 3 → 留 3 分，進 3 時。3. 時進日： $(28 + 3) \div 24 = 1$ 餘 7 → 留 7 時，進 1 日。

答案：

1 日 7 小時 3 分 20 秒

請輸入幾日幾時幾分幾秒

0 7 45 50

請輸入要乘多少

4

1日 7時 3分 20秒

Process exited after 16.96 seconds with return value 0
請按任意鍵繼續 . . . |

圖 4. 時間進位計算程式碼與結果

總結來說，本研究實作活動成功結合了程式與中小學數學課程內容可作為數學與程式跨領域教學之參考，研究過程依學生反饋與觀察可發現此跨領域教學可加深學生對抽象數學概念的理解，並強化邏輯推理與問題解決能力。在數學學習過程中，學生常因計算或觀念錯誤而答錯題目。將錯題重新計算，並適度改變題目數字，有助於學生重新檢視解題步驟與概念，找出錯誤原因，進而加深對數學概念的理解。此外，題目數字改變後，學生無法僅依賴記憶答案，必須再次運用公式與邏輯進行解題，有助於提升問題解決能力與概念應用能力，但教師若需手動計算每一題修改後的答案，往往較為耗時。未來可進一步透過此程式輔助快速得到正確答案，不僅提升教學效率，也能提供更多不同數值的練習題目。綜合而言，錯題再計算結合程式輔助，能同時提升學生學習成效與教師教學效率，對數學學習具有正面幫助。

伍、結論

本研究成功將程式實作與中小學數學教學結合，教學活動每周 1 至 3 小時持續一年以上，依學生反饋與觀察證實此跨領域教學方式有助於學生理解數學運算流程，並培養運算思維與問題解決能力。由實作結果顯示，程式設計不僅是資訊科技學習工具，亦可結合傳統學科成為深化學習的重要媒介。未來可進一步以此實做進行錯題修改，利用程式計算快速得到正確答案，以提升教學成效與實用性。

參考文獻

- Breiner, J. M., Harkness, S. S., Johnson, C. C., & Koehler, C. M. (2012). What is STEM? A discussion about conceptions of STEM in education and partnerships. *School Science and Mathematics*, 112(1), 3–11.
- Dewey, J. (1938). *Experience and education*. Macmillan.
- Dewey, J. (1959). *Democracy and education*. Macmillan.
- Gerstner, S., & Bogner, F. X. (2010). Cognitive achievement and motivation in hands-on and teacher-centered science classes: Does an additional hands-on consolidation phase (concept mapping) optimize cognitive learning at work stations? *International Journal of Science Education*, 32(7), 849–870.
- Goodman, B. E., Freeburg, E. M., Rasmussen, K., & Di, M. (2006). Elementary education majors experience hands-on learning in introductory biology. *Advances in Physiology Education*, 30(4), 195–203.
- Hearns, M. K., Miller, B. K., & Nelson, D. L. (2010). Hands-on learning versus learning by demonstration at three recall points in university students. *OTJR: Occupation, Participation and Health*, 30(4), 169–171.
- Hynes, M., Portsmore, M., Dare, E., Milto, E., Rogers, C., Hammer, D., & Carberry, A. (2011). *Infusing engineering design into high school STEM courses*. National Center for Engineering and Technology Education.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. Basic Books.
- Rother, K., Rother, M., Pleus, A., & Belzen, A. U. Z. (2010). Multi-stage learning aids applied to hands-on software training. *Briefings in Bioinformatics*, 11(6), 582–586.
- Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3), 33–35.

雙自適應擴展式卡爾曼濾波於鋰離子電池電荷狀態動態估測之研究

廖育陞、徐秉均、陳霽璋、劉恩睿*

摘要

全球電動車市場快速發展，鋰離子電池因具高能量密度與長壽命，成為主流動力來源。在電池管理系統(Battery Management System, BMS)中，準確估測充電狀態(State of Charge, SOC)為核心，影響續航預估與電池安全壽命。

目前多採用擴展卡爾曼濾波器(Extended Kalman Filter, EKF)進行SOC估測，透過泰勒展開將非線性系統線性化並結合量測數據推算狀態。但EKF依賴模型精度、對雜訊敏感，且線性化易產生誤差，在動態負載或複雜情境下可靠性下降。

本研究提出自適應SOC估測方法，先以遺忘因子遞迴最小平方法(Forgetting Factor Recursive Least Squares, FFRLS)即時辨識模型參數；再導入雙自適應擴展卡爾曼濾波器(Dual Adaptive Extended Kalman Filter, DAEKF)進行動態估測。DAEKF可依量測數據調整過程與量測雜訊協方差，在非線性與不確定環境中維持精度。

實驗結果顯示，結合FFRLS與DAEKF具快速穩健運算效能，可提升SOC估測精度與適應力，確保電動車在各條件下的效能與安全，並提供具應用潛力的技術途徑。

關鍵字：雙自適應擴展卡爾曼濾波器、遺忘因子遞迴最小平方法、電荷狀態估測、鋰離子電池、電池參數辨識

廖育陞，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，Email: 11325107@gm.nttu.edu.tw

徐秉均，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，Email: 11325130@gm.nttu.edu.tw

陳霽璋，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，Email: 11222113@gm.nttu.edu.tw

劉恩睿(通訊作者)，國立臺東大學綠能與資訊科技學系助理教授，Email: ejliu@nttu.edu.tw

Dual Adaptive Extended Kalman Filter for Dynamic State of Charge Estimation of Lithium-Ion Batteries

Yu-Sheng Liao, Ping-Chun Hsu, Pei-Zhang Chen, En-Jui Liu *

Abstract

With the rapid growth of the global electric vehicle market, lithium-ion batteries become the dominant power source due to their high energy density and long cycle life. In battery management system (BMS), accurate estimation of the state of charge (SOC) is the key technique which directly attests driving range prediction as well as battery safety and lifespan.

At present, the extended Kalman filter (EKF) is widely used for SOC estimation in practical applications. It linearizes nonlinear systems through Taylor series expansion and combines model predictions with measurement data to estimate system states. However, the EKF heavily depends on model accuracy, is sensitive to measurement noise, and may introduce linearization errors. Under dynamic load conditions or complex driving scenarios, its reliability can degrade significantly.

To improve adaptability and estimation accuracy, this study proposes an adaptive SOC estimation framework. First, forgetting factor recursive least squares (FFRLS) method is employed to identify battery model parameters in real time, allowing the model to closely track actual operating conditions. The identified parameters are then incorporated into dual adaptive extended Kalman filter (DAEKF) for dynamic SOC estimation. The DAEKF adaptively updates the process and measurement noise covariance matrices based on incoming measurements, enabling robust and accurate estimation under highly nonlinear and uncertain environments.

Experimental results demonstrate that the proposed FFRLS-DAEKF approach achieves fast and stable computational performance, significantly improving SOC estimation accuracy and environmental adaptability. This ensures reliable operation and safety of electric vehicles under various driving conditions and provides a practical and promising solution for advanced battery management systems.

Keywords: Dual Adaptive Extended Kalman Filter, Forgetting Factor Recursive Least Squares, State of Charge Estimation, Lithium-Ion Batteries, Battery Parameter Identification

Yu-Sheng Liao, student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University. Email: 11325107@gm.nttu.edu.tw

Ping-Chun Hsu, student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University. Email: 11325130@gm.nttu.edu.tw

Pei-Zhang Chen, student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University. Email: 11222113@gm.nttu.edu.tw

En-Jui Liu (Corresponding Author), Assistant Professor, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University. Email: ejliu@nttu.edu.tw

壹、前言

伴隨全球能源轉型的腳步與電動車產業的蓬勃發展，鋰離子電池憑藉著高能量密度、長效循環壽命、優異的輸出功率及高度可靠性，已成為電動車與各類儲能系統不可或缺的核心動力來源。然而，在實際運作時，電池的內部狀態會受到負載起伏、環境溫度變化及自身老化等諸多條件干擾，導致其荷電狀態無法被直接量測。SOC 是衡量電池剩餘電量的關鍵指標，不僅攸關能源分配、電池壽命及安全防護，也直接影響電動車的性表現與整體能量管理機制。因此，開發一套兼具高精準度、強大適應性且能即時反應的 SOC 估測技術，已成為電池管理系統領域的重要研究焦點。

過去常見的 SOC 估算技術多仰賴安時積分法(Coulomb Counting, CC)與開路電壓法 (Open Circuit Voltage, OCV)。安時積分法藉由計算電流隨時間的累積量來推估 SOC，作法簡單且運算負擔低，但其結果極度依賴準確的初始 SOC 值，且隨時間推移容易產生嚴重的累積誤差。相對地，開路電壓法是透過對照 SOC 與開路電壓的關係表來進行估測，雖具備較高的準確性，卻需要讓電池長時間靜置以獲取穩定的電壓值，且易受負載、溫度及老化等條件干擾，難以符合即時監測的要求。既然單靠傳統方法無法同時滿足準確度、即時性與環境適應力的需求，結合電池等效電路模型 (Equivalent Circuit Model, ECM) 與狀態估計演算法的 SOC 估測技術便順理成章地成為當前的主流趨勢。

傳統的卡爾曼濾波器 (Kalman Filter, KF) 雖能透過不斷地預測與更新來尋求最佳的狀態估計，但其主要針對線性系統，面對鋰電池這類具高度非線性特徵的系統時存在侷限。為突破此瓶頸，擴展卡爾曼濾波器利用一階泰勒展開式將非線性系統近似為線性，成功應用於鋰電池的 SOC 估測並提高了準確度。然而，EKF 的表現仍受制於過程噪聲矩陣 (Q)與量測噪聲矩陣(R)的初始設定，若參數設定不當，易引發濾波器發散或精準度下滑。為了解決這個問題，自適應擴展卡爾曼濾波器 (Adaptive Extended Kalman Filter, AEKF) 加入了在線動態調整噪聲參數的機制，能根據實際運作狀態進行修正，提升了面對複雜工況時的穩定性與準確度。更進一步發展出的雙自適應擴展卡爾曼濾波器，則採用了雙層的自適應架構，不僅能即時微調噪聲參數，還能針對第一層的濾波結果進行二次校正，以將 SOC 的估測誤差降至最低。

為能精確捕捉鋰離子電池內部的極化反應與動態變化，本研究選用「二階 RC 等效電路模型」，透過兩組 RC 並聯網絡來更細緻、完整地模擬電池在真實運作下的動態行為。同時，搭配具備遺忘因子遞迴最小平方方法來進行電池模型參數的即時線上辨識，並將最新獲取的參數同步匯入 DAEKF 演算法中。這種作法讓 SOC 的估算能緊密跟隨電池特性、操作條件與老化狀態的改變進行動態微調，進而大幅強化估測結果的精確度、即時反應能力與系統整體的穩定性。

本研究提出了一套結合 FFRLS 與 DAEKF 演算法的 SOC 估測方案，期盼能為電動車與儲能設備提供一種高精準、具備強大環境適應能力且穩定可靠的電量監控技術。此技術不僅能優化鋰電池管理系統的綜合表現、延長電池服役壽命，更能保障行車安全與能源的使用效率。與傳統的安時積分法或開路電壓法相比，本方法不僅突破了過往的應用限制，更有效克服了 EKF 在非線性系統中容易受噪聲參數干擾的缺陷，為 BMS 領域的 SOC 估算提供了一個極具實用價值且切實可行的解決途徑。

AEKF 解決了 EKF 需要依賴工程師「手動調校」噪音矩陣的痛點，讓系統具備自動適應工況的能力。而 DAEKF 則是將這種動態適應能力發揮到了極致，利用「雙層遞迴、反覆校正」的架構，將剩餘電量的估測誤差壓縮到了極低的水平，是三者中準確度與適應力表現最優異的演算法。

貳、文獻回顧

伴隨全球能源轉型的推進與電動車技術的發展，鋰電池憑藉其高能量密度、優異的可靠度及長效壽命，成為當今儲能設備與電動車的動力核心。為了保障電池安全且高效地運作，電池管理系統發揮著至關重要的作用。其中，荷電狀態是評估電池剩餘電量的核心指標，直接關係到整車的能量分配、電池壽命及安全防護。精準估算 SOC 不僅有助於最佳化能源使用效率，更能避免電池因過度充電或深度放電而加速老化，進而延長使用壽命並提升整體系統穩定性。因此，研發具備高精準度且適應力強的 SOC 估測技術，成為當前學術與產業界的研究焦點。

檢視現有的 SOC 估測手法，安時積分法與開路電壓法是最普遍被採用的兩種策略。安時積分法(Baccouche, Jemmali, Mlayah, Manai & Amara, 2018) 主要透過對電流隨時間的累積量進行積分來換算 SOC，其優勢在於演算法直觀、且只需讀取電流數據即可執行。然而，此方法的問題在於過度依賴初始 SOC 值；一旦初始值存在偏差，誤差會隨時間累加，最終導致估測結果嚴重失真。另一方面，開路電壓法(Xiong, Cao, Yu, He, & Sun, 2017)則是利用電池開路電壓與 SOC 的對應關係，透過查表來推算當下的電量。儘管原理單純，但電池必須經過長時間靜置才能測得穩定的開路電壓，這使得該方法無法應用於需要即時監控的動態場景。

為了解決上述問題並提升估測的可靠度，學界開始轉向基於等效電路模型的研究途徑。ECM 能夠將電池內部複雜的電化學反應轉化為直觀的電路元件組合。為求更精確地捕捉電池內部的極化效應與動態特性，本研究採用二階等效電路模型。二階 RC 模型不僅能精準模擬電池的非線性動態行為，同時在參數辨識的難易度與運算複雜度之間取得了優異的平衡，因此成為高精度動態估測的理想選擇。

在電池參數辨識方面，本研究導入了具備遺忘因子遞迴最小平方法 (Feng, Wu, Huang, Lu, & Zhang, 2021)。FFRLS 具備強大的即時更新特性，能妥善解決電池動態模型中的參數辨識難題。透過引入「遺忘因子」機制，該演算法能適度降低舊有歷史數據的權重，並強化對最新量測數據的敏感度，進而確保模型參數能隨時反映電池的真實狀態，大幅提升整體的準確性。

針對狀態估計，卡爾曼濾波器(Khodarahmi & Maihami, 2023)是一種專為線性系統設計的最佳化估測演算法，主要透過歷史與當下數據來推估系統狀態。其核心運作包含「預測」與「更新」兩大步驟：首先在預測階段，利用先前的狀態資訊與系統模型推算出現有時刻的先驗估測值；接著在更新階段，將此先驗值與實際觀測數據進行比對，並藉由計算卡爾曼增益 (Kalman Gain) 來分配最佳權重，藉此得出最準確的後驗估測值。這個後驗值隨後會成為下一輪計算的起點，形成不斷循環的遞迴過程，讓系統能隨新數據的輸入持續自我修正。不過，傳統 KF 雖然在線性系統表現優異，但面對如鋰離子電池這類具備高度非線性特徵的系統時，其準確度往往會大打折扣。

為解決非線性問題，擴展卡爾曼濾波器應運而生。EKF 以傳統 KF 為基礎，利用一階泰勒展開式將非線性的系統動態方程式近似為線性模型，進而執行狀態估計。然而，EKF 也存在明顯的缺陷：其過程噪聲協方差矩陣(Q)與量測噪聲協方差矩陣(R)通常需要人工設定。這種固定的參數設定方式，使得演算法在複雜的 SOC 估測環境中難以時刻保持最佳狀態，進而拖累了估測的精確度與系統穩定性。為了擺脫 EKF 必須手動調校 Q 與 R 矩陣的困境，(Sun, Yu, Wang, Zhang, Huang, Zhou & Bhagat, 2021)進一步提出了自適應擴展卡爾曼濾波器。AEKF 在 EKF 的架構中植入了自適應機制，能夠根據系統運行時產生的實際誤差，即時且動態地修正過程噪聲與量測噪聲參數。這項改良不僅強化了 SOC 估算結果的精準度與抗干擾能力，也讓演算法能更從容地應對電池在各種複雜工况下所展現的非線性變化。

雙自適應擴展卡爾曼濾波器在 AEKF 的基礎上再進化，增設了第二層的自適應濾波機制，構築出雙層遞迴的運算架構。憑藉這項雙層設計，DAEKF 即使面對變化劇烈的運作條件與複雜的非線性干擾，依然能大幅提升 SOC 估測的準確性與強健性，從而為電動車的電池管理系統提供一套更為堅實、可靠的電量監控解決方案。

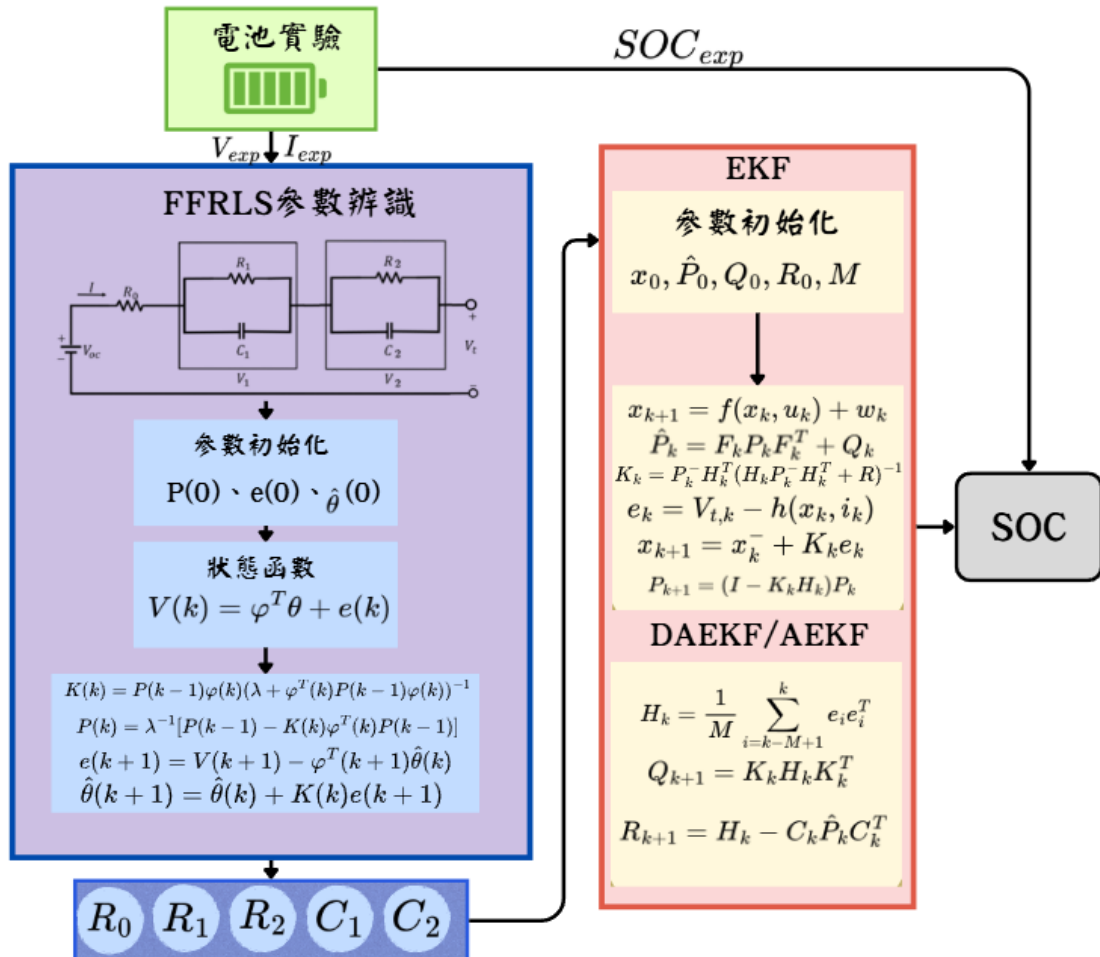


圖 1 研究流程圖

參、研究方法

一、建置電池實驗

本次實驗使用 INR 18650-20R 電池(Chen, K., Pang, H., Nan, W., Wang, F., Yang, S., & Liu, J, 2024)如圖 2，表 1 為電池的產品規格。



圖 2 INR 18650-20R 電池

表 1

INR18650-20R 電池規格

Battery (Parameters)	Specifications (Value)
Capacity Rating	2000 mAh
Cell Chemistry	LiNiMnCo/Graphite
Weight (w/o safety circuit)	45 g
Diameter	18.33 mm ± 0.07 mm
Length	64.85 mm ± 0.15 mm
Special Notes	Tab length not included in the dimensions

二、電池建模

本研究選用二階 RC 等效電路作為電池模型，如圖 3 所示。該模型能夠有效描述鋰離子電池的動態特性，適用於狀態估計及電池管理系統開發。圖中， V_{oc} 表示電池的開路電壓， V_t 為端電壓， I 為電池的充放電電流， R_0 為歐姆內阻。 R_1 與 C_1 分別代表電化學極化電阻和極化電容， R_2 與 C_2 則對應濃差極化過程中的擴散電阻和擴散電容。 V_1 和 V_2 分別為兩個 RC 並聯環節兩端的電壓。電池的電氣行為可由以下方程式表述：

$$V_t = V_{oc} - V_1 - V_2 - IR_0 \quad (1)$$

$$V_1 = \frac{I}{C_1} - \frac{V_1}{R_1 C_1} \quad (2)$$

$$V_2 = \frac{I}{C_2} - \frac{V_2}{R_2 C_2} \quad (3)$$

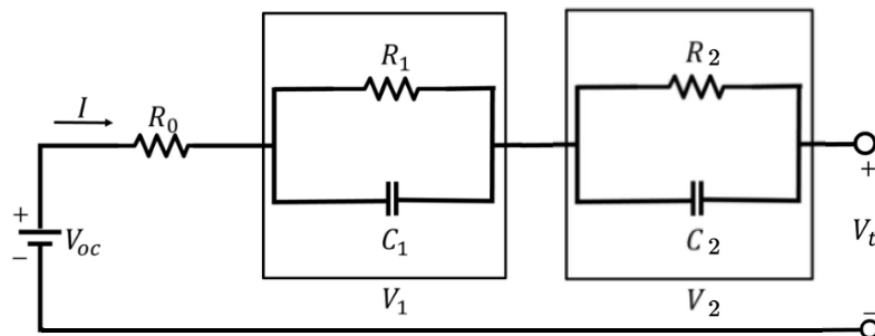


圖 3 二階 RC 電路模型

三、遞迴最小平方方法(Recursive Least Squares, RLS)

RLS 為一種基於線性數學模型之參數識別方法，能在獲取新的輸入數據時，即時調整模型中的參數。該演算法無需重新處理所有歷史資料，而是依據先前的估計結果，結合新觀測值進行更新。藉由 RLS 的即時參數調校能力，可在估算 SOC 的過程中有效降低模型與電池實際行為之間的誤差。RLS 的核心計算式如(4)至(7)所示：

$$K(k) = P(k-1)\varphi(k)(1 + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k))^{-1} \quad (4)$$

$$P(k) = [P(k-1) - K(k)\varphi^T(k)P(k-1)] \quad (5)$$

$$e(k+1) = V(k+1) - \varphi^T(k+1)\hat{\theta}(k) \quad (6)$$

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K(k)e(k+1) \quad (7)$$

四、遺忘因子遞迴最小平方方法 (Forgetting Factor Recursive Least Squares, FFRLS)

FFRLS 是在 RLS 基礎上引入遺忘因子所發展之方法。由於 RLS 存在數據飽和問題，隨著迭代次數增加與歷史資料持續累積，增益矩陣 K 與誤差協方差矩陣 P 會越來越小，導致新進數據無法有效修正模型參數，進而降低參數識別之準確性。為提升參數識別效果，須考量當前資料與歷史資料對模型參數之影響權重，因此引入遺忘因子 $\lambda(0 < \lambda < 1)$ ，以調整新舊數據之權重，通常設定於 0.95 至 1 之間，以減緩歷史數據之累積效應，避免數據飽和現象。 λ 值越小，代表新數據所佔權重越大，系統追蹤能力越強，但參數識別結果之波動也越大；反之， λ 值越大，則舊數據權重越高，系統追蹤能力較弱，但參數識別結果較為平穩。FFRLS 之計算流程如下。首先，將二階 RC 等效電路模型之狀態方程式(1)進行拉普拉斯轉換，於 s 域中表示為式(8)：

$$V_{oc}(s) - V_t(s) = I(s) \left(R_0 + \frac{R_1}{R_1 C_1 s + 1} + \frac{R_2}{R_2 C_2 s + 1} \right) \quad (8)$$

其中 s 為拉普拉斯運算子，定義時間常數 $\tau_1 = R_1 C_1$ 、 $\tau_2 = R_2 C_2$ ，並令 $V(s) = V_{oc}(s) - V_t(s)$ ，可推導出電池之傳遞函數如式(9)所示。藉由式(10)所定義之係數對式(9)進行代數轉換，經簡化後可得式(11)：

$$G(s) = \frac{V(s)}{I(s)} = \left(\frac{R_0 + R_1 + R_2 + (R_0\tau_1 + R_0\tau_2 + R_2\tau_1 + R_1\tau_2)s + \tau_1\tau_2s^2}{1 + (\tau_1 + \tau_2)s + \tau_1\tau_2s^2} \right) \quad (9)$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ b = \tau_1\tau_2 \\ c = \tau_1 + \tau_2 \\ d = (R_0 + R_1 + R_2) \\ e = (R_0\tau_1 + R_0\tau_2 + R_2\tau_1 + R_1\tau_2) \end{cases} \quad (10)$$

$$G(s) = \frac{V(s)}{I(s)} = \frac{d + es + abs^2}{1 + cs + bs^2} \quad (11)$$

為確保離散化前後系統的一致性，採用雙線性轉換進行離散化，令 $s = \frac{V(s)}{I(s)} = \frac{2(1-z^{-1})}{T(1+z^{-1})}$ 。代入後可推得離散域之傳遞函數如式 (12) 所示：

$$G(Z^{-1}) = \frac{(dT^2 - 2Te + 4ab)Z^{-2} + (2dT^2 - 8ab)Z^{-1} + (dT^2 + 2Te + 4ab)}{(T^2 - 2Tc + 4b)Z^{-2} + (2T^2 - 8b)Z^{-1} + (T^2 + 2Te + 4b)} \quad (12)$$

為簡化參數識別過程中的計算，進行代數轉換，首先於式(13)中定義 K_1 至 K_5 等係數，再將其代入式(12)進行化簡，即可得到式(14)所示之離散傳遞函數：

$$\begin{cases} k_1 = \frac{(2T^2 - 8b)}{(T^2 + 2Tc + 4b)} \\ k_2 = \frac{(T^2 - 2Tc + 4b)}{(T^2 + 2Tc + 4b)} \\ k_3 = \frac{(dT^2 + 2Te + 4ab)}{(T^2 + 2Tc + 4b)} \\ k_4 = \frac{(2dT^2 - 8ab)}{(T^2 + 2Tc + 4b)} \\ k_5 = \frac{(dT^2 - 2Te + 4ab)}{(T^2 + 2Tc + 4b)} \end{cases} \quad (13)$$

$$G(Z^{-1}) = \frac{V(Z^{-1})}{I(Z^{-1})} = \frac{k_5 Z^{-2} + k_4 Z^{-1} + k_3}{1 - k_2 Z^{-2} - k_1 Z^{-1}} \quad (14)$$

在式(15)中， $V(k)$ 與 $I(k)$ 分別代表系統於時刻 k 之輸出與輸入。為便於進行參數識別，定義回歸向量 $\varphi(k)$ 與參數向量 θ ，並以 $e(k)$ 表示預測誤差。透過將式(15)與式(16)整合為式(17)，可有效應用於 FFRLS 之參數識別流程。

$$V(k) = k_1 V(k-1) + k_2 V(k-2) + k_3 V(k) + k_4 I(k-1) + k_5 I(k-2) \quad (15)$$

$$\varphi(k) = [V(k-1), V(k-2), V(k), I(k-1), I(k-2)]^T \quad (16)$$

$$\begin{cases} \theta = [k_1, k_2, k_3, k_4, k_5]^T \\ V(k) = \varphi^T \theta + e(k) \end{cases} \quad (17)$$

式(18)為增益值 K 的計算公式，該值反映了模型對先前資料與當前資料的信任程度。式(19)則用於更新誤差協方差矩陣 $P(k)$ 。在時刻 $k+1$ ，系統的實際量測值記為 $V(k+1)$ ，而由當前模型預測得到的觀測值為 $\varphi^T(k+1)\hat{\theta}(k)$ ，兩者之間的差值即為預測誤差 $e(k+1)$ ，其計算方式如式(20)所示。此處 $\hat{\theta}(k)$ 代表時間 k 時的模型先驗參數估計值。接著，將誤差 $e(k+1)$ 經由增益值加權修正後，即可獲得更新後的參數估計值 $\hat{\theta}(k+1)$ ，如式(21)所示。為使增益 $K(k)$ 能順利計算，需事先設定初始值 $\theta(0)$ 與 $P(0)$ 。一般而言， $\theta(0)$ 可任意給定；而 $P(0)$ 則設定為 αE ，其中 α 通常取為-2， E 為五階單位矩陣。

$$K(k) = P(k-1)\varphi(k)(\lambda + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k))^{-1} \quad (18)$$

$$P(k) = \lambda^{-1}[P(k-1) - K(k)\varphi^T(k)P(k-1)] \quad (19)$$

$$e(k+1) = V(k+1) - \varphi^T(k+1)\hat{\theta}(k) \quad (20)$$

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K(k)e(k+1) \quad (21)$$

由式(22)將參數識別模型改寫為以係數 a 、 b 、 c 、 d 、 e 表示之形式，並透過式(13)建立其數學關聯性。透過 FFRLS 對係數 a 、 b 、 c 、 d 、 e 進行即時估計，以求得其數值。隨後，利用式(10)與式(22)所建立之映射關係（如式(23)所示），即可推導出二階 RC 模型中之五個電池參數。

$$\begin{cases} a = \frac{k_3 + k_5 - k_4}{1 + k_1 - k_2} \\ b = \frac{T^2(1 + k_1 - k_2)}{4(1 - k_1 - k_2)} \\ c = \frac{T(1 + k_2)}{1 - k_1 - k_2} \\ d = \frac{k_3 + k_4 + k_5}{1 - k_1 - k_2} \\ e = \frac{T(k_3 - k_5)}{1 - k_1 - k_2} \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} R_1 = \frac{\tau_1(d - a) - ac - e}{\tau_1 - \tau_2} \\ R_2 = d - a - R_1 \\ C_1 = \frac{\tau_1}{R_1} \\ C_2 = \frac{\tau_2}{R_2} \\ \tau_1, \tau_2 = \frac{-c \pm \sqrt{C^2 - 4b}}{2} \end{cases} \quad (23)$$

五、擴展式卡爾曼濾波器 (Extended Kalman Filter, EKF)

EKF 是一種適用於動態系統狀態估計的方法，能在含有雜訊的量測環境中進行有效估計。在電池狀態估算的應用中，EKF 於每個時間步將非線性系統予以線性化處理，以實現狀態的預測與更新。為達成即時線性化，EKF 會分別計算狀態方程式 $f(x, i)$ 式(25)與觀測方程式 $h(x, i)$ 式(26)，再透過雅可比轉換將兩者線性化，分別得到矩陣 F 與 H ，如式(27)與式(28)所示。式(23)則定義了電池的狀態矩陣 x 。

$$x = [SOC \ V_1 \ V_2]^T \quad (24)$$

$$f(x, i) = \begin{bmatrix} i \\ -\frac{i}{3600Ah} \\ \frac{i}{C_1} - \frac{V_1}{R_1 \times C_1} \\ \frac{i}{C_2} - \frac{V_2}{R_2 \times C_2} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$h(x, i) = V_{oc} - IR_0 - V_1 - V_2 \quad (26)$$

$$F = \frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-T_s}{e^{R_1 \times C_1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-T_s}{e^{R_2 \times C_2}} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$H = \frac{\partial h}{\partial x} = \left[\frac{\partial V_{oc}}{\partial SOC} - 1 - 1 \right] \quad (28)$$

其中 T_s 表示採樣時間。EKF 在運作前需設定初始狀態 x_0 與初始誤差協方差 P_0 ，其可分為預測與校正兩個階段，分別由式(28)至式(30)描述預測步驟，以及式(31)至式(34)描述校正步驟。

$$\widehat{X}_k = f(x_{k-1}, u_k) + w_k \quad (29)$$

$$\widehat{P}_k = F_k P_k F_k^T + Q_k \quad (30)$$

在預測階段中，式(29)用以計算狀態估計的預測值。系統於時刻 k 的狀態 $\hat{x}_k$ 係根據前一時刻 $k-1$ 的狀態估計值 x_{k-1} 與當前輸入 u_k 進行預測推估，其中 u_k 表示時刻 k 的電流輸入， w_k 則為高斯過程噪聲。非線性狀態轉移函數 $f(x_{k-1}, u_k)$ 用於描述系統在時間推進過程中，狀態如何從前一時刻演變至當前時刻。式(30)則為預測步驟中誤差協方差 $\hat{P}_k$ 的更新公式，此步驟旨在利用狀態轉移矩陣 F_k 與過程噪聲協方差 Q_k 對誤差協方差進行更新。

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R)^{-1} \quad (31)$$

$$e_k = V_{t,k} - h(x_k, i_k) \quad (32)$$

$$x_{k+1}^- = x_k^- + K_k e_k \quad (33)$$

$$P_{k+1} = (I - K_k H_k) P_k \quad (34)$$

在校正階段中，式(31)為卡爾曼增益 K_k 的計算公式。 K_k 決定了量測值對預測狀態更新時的權重，代表對狀態估計的修正幅度。其中 H_k 為觀測矩陣，是由觀測方程式經線性化後所得； K_k 的設計目的在於平衡觀測誤差與狀態估計誤差之間的影響。式(33)是狀態估計的校正步驟，此過程根據實際量測對預測狀態進行修正。首先利用式(32)計算量測電壓 $V_{t,k}$ 與估計電壓 $h(x_k, i_k)$ 之間的誤差 e_k ，再經由 K_k 對狀態估計 x_k 進行加權修正，進而得到更新後的狀態估計。式(34)則為誤差協方差 P_{k+1} 的更新公式，本研究將其中的 I 設為三階單位矩陣。透過上述更新機制，可有效降低狀態估計的誤差。

六、自適應擴展卡爾曼濾波器(Adaptive Extended Kalman Filter, AEKF)

自適應擴展卡爾曼濾波器 (Xile, Caiping, & Jiuchun, 2018) 是以傳統擴展卡爾曼濾波器為基礎進行改良所發展出的一種演算法。其核心特點在於引入了自適應調整機制，使得濾波過程中的量測噪聲與過程噪聲參數能夠根據估測結果的動態變化進行即時修正。在實際運算過程中，AEKF 透過持續更新噪聲統計特性，使演算法能更有效地適應電池在不同工況下的非線性行為，進一步提升電池電荷狀態估算的穩定性與可靠性。AEKF 的完整演算流程如圖 4 所示，其中量測噪聲與過程噪聲參數的自適應更新機制分別以式(36)與式(37)表示。式(35)中， H_k 為根據實際量測電壓與估計電壓之間的差值所計算出的創新協方差矩陣，而 M 則代表移動資料窗口的大小。

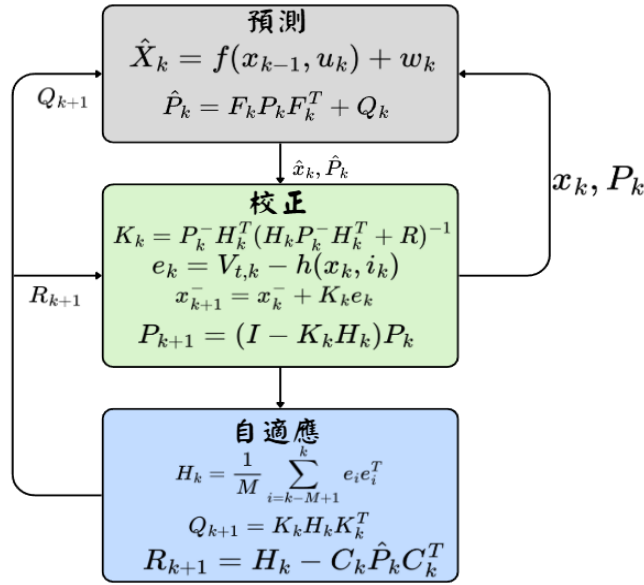


圖 4 AEKF 演算法流程

$$H_k = \frac{1}{M} \sum_{i=k-M+1}^k e_i e_i^T \quad (35)$$

$$Q_{k+1} = K_k H_k K_k^T \quad (36)$$

$$R_{k+1} = H_k - C_k \hat{P}_k C_k^T \quad (37)$$

七、雙自適應擴展卡爾曼濾波器(Dual Adaptive Extended Kalman Filter, DAEKF)

雙自適應擴展卡爾曼濾波器是一種在自適應擴展卡爾曼濾波器(EKF)基礎上所發展出的進階狀態估計技術。其核心概念是在 AEKF 的既有架構中，加入第二層自適應機制，構成一個具有雙重遞迴校正功能的濾波結構。透過此雙層架構，DAEKF 能根據即時量測資料，動態調整過程噪聲與量測噪聲的統計特性，從而持續修正與優化電池 SOC 的估計結果。DAEKF 的完整運算流程如圖 5 所示。

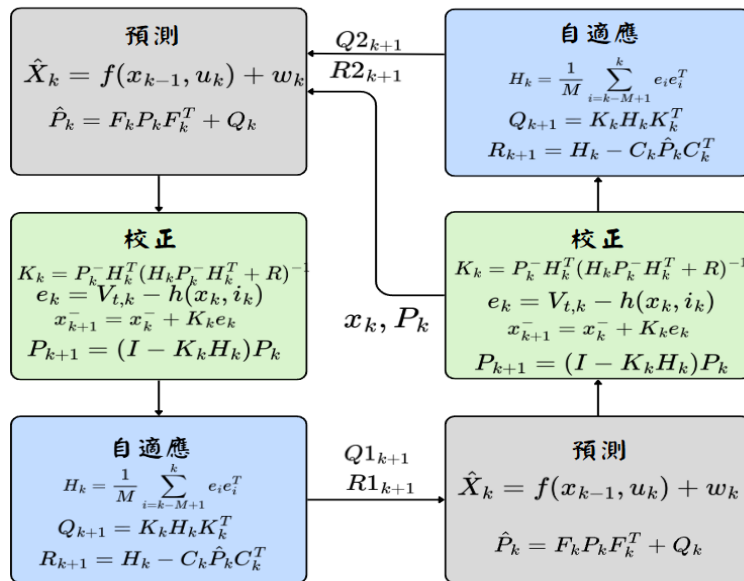


圖 5 DAEKF 演算法流程

八、動態應力測試(Dynamic Stress Test, DST)

動態應力測試是一套由美國先進電池聯盟 (United States Advanced Battery Consortium, USABC) 所主導制定的標準化電池測試方法，旨在評估電動車電池於動態操作下的效能表現。相較於傳統的恆定電流充放電測試，DST 更加強調測試的真實性與動態響應特性，其測試設計基於實際電動車在城市駕駛環境中的功率需求曲線，能更準確地反映電池在真實行駛過程中，因頻繁加減速所造成的內部化學反應與電壓變化。

為了更精確地模擬駕駛者在都會區交通情境下的電池負載行為，DST 將複雜的聯邦城市駕駛循環 (Federal Urban Driving Schedule, FUDS) 數據簡化，轉換為一系列具有代表性的功率階梯 (Power steps)。每個測試循環（通常為 360 秒）皆包含不同強度的放電（模擬車輛加速與巡航）、充電（模擬再生煞車能量回收）以及靜置時間（模擬停等紅燈），以模擬城市道路中頻繁走走停停的多種真實交通場景，從而提升電池測試結果的代表性與演算法驗證的準確性。基於對實際駕駛功率分佈的統計分析，這些功率階梯最終被整合形成標準化的動態測試循環 (USABC, 1996)，成為驗證電池管理系統中荷電狀態估算準確度的核心基準。

肆、結果與討論

一、遺忘因子遞迴最小平方法之目標函數

本研究採用 FFRLS 進行電池參數識別後，為驗證該演算法之準確性，將識別所得之參數代入式(1)，以計算模擬電壓 V_{sim} 。式(38)中 $RMSE$ 為均方根誤差，用於評估模型殘差之分佈情況。本模型以電壓殘差作為衡量電壓誤差之指標，透過計算模擬電壓 V_{sim} 與實驗電壓 V_{exp} 間之誤差，誤差值愈低，代表參數 R_0 、 R_1 、 R_2 、 C_1 、 C_2 之估計愈精準。其中 t_{end} 表示電池實驗之總持續時間。

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{begin}^{end} (V_{exp} - V_{sim})^2}{t_{end}}} \quad (38)$$

二、不同濾波器在動態模型下 SOC 估測

表 2 為 SOC 初始值不同的 EKF、AEKF 和 DAEKF 之初始參數。

表 2

EKF、AEKF、DAEKF 之初始參數

參數	數值
P_0	$[1e-4 \ 0 \ 0; 0 \ 1e-4 \ 0; 0 \ 0 \ 1e-4]$
Q	$[1e-6 \ 0 \ 0; 0 \ 1e-6 \ 0; 0 \ 0 \ 1e-6]$
R	$1e-3$

圖 6 至圖 9 分別為 SOC 初始值為 0.5 的 SOC 估計圖、SOC 誤差圖、電壓估測圖與電壓誤差圖。

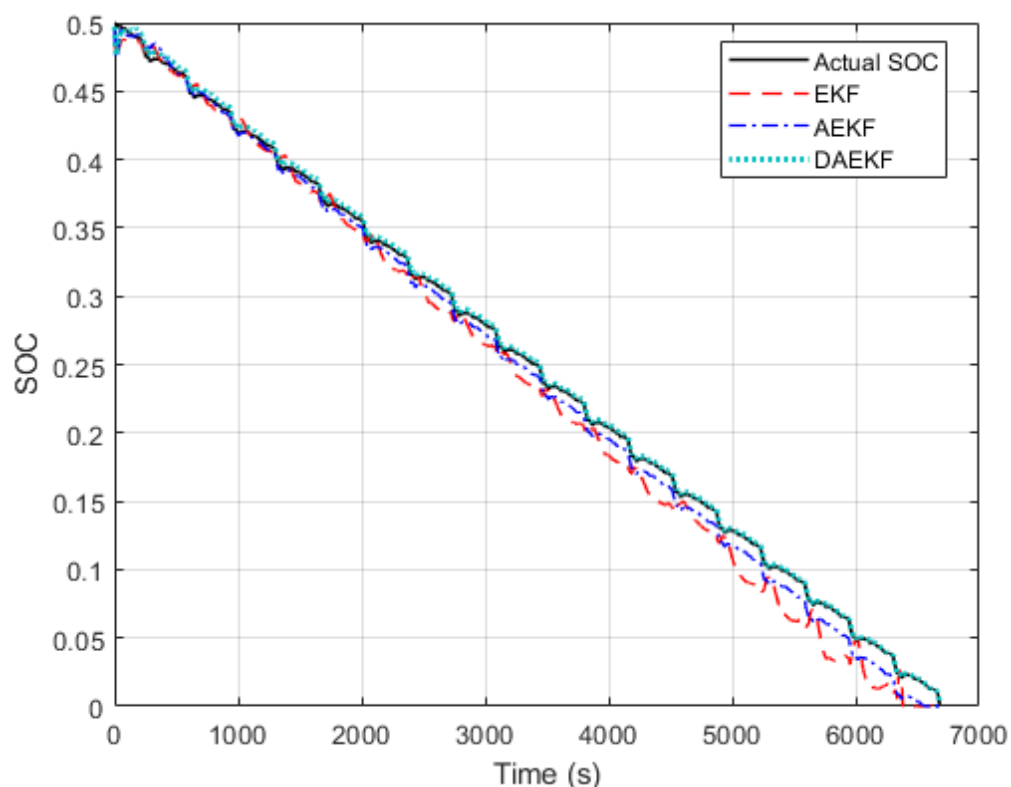


圖 6 估測動態觀測 DST 之 SOC 估測結果(SOC 初始值 0.5)

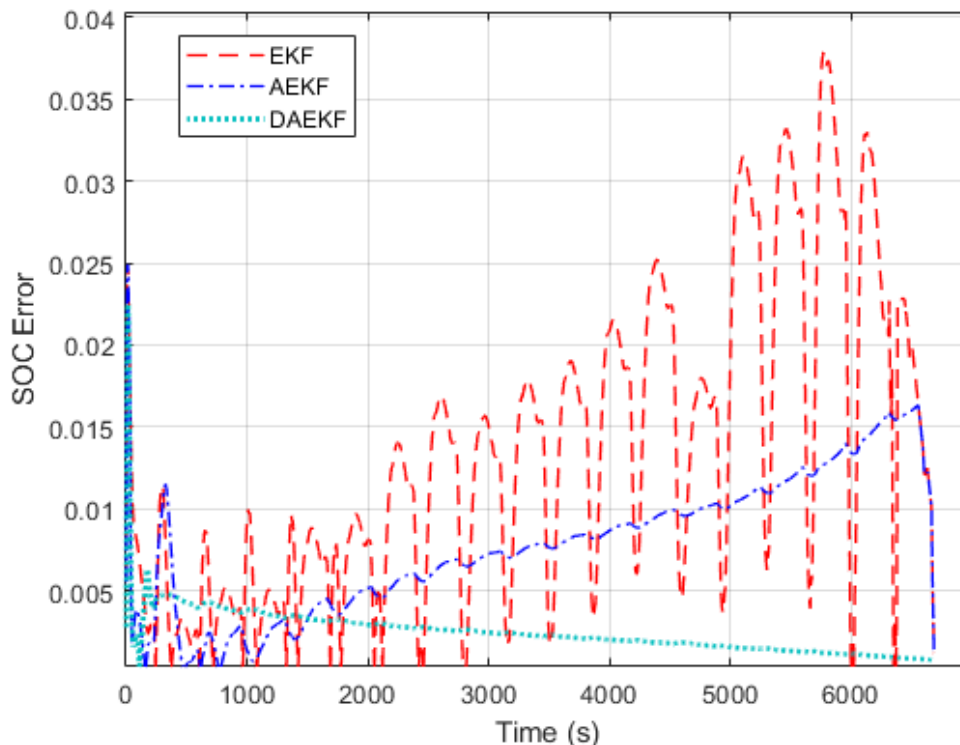


圖 7 估測動態模型 DST 之 SOC 估測誤差結果(SOC 初始值為 0.5)

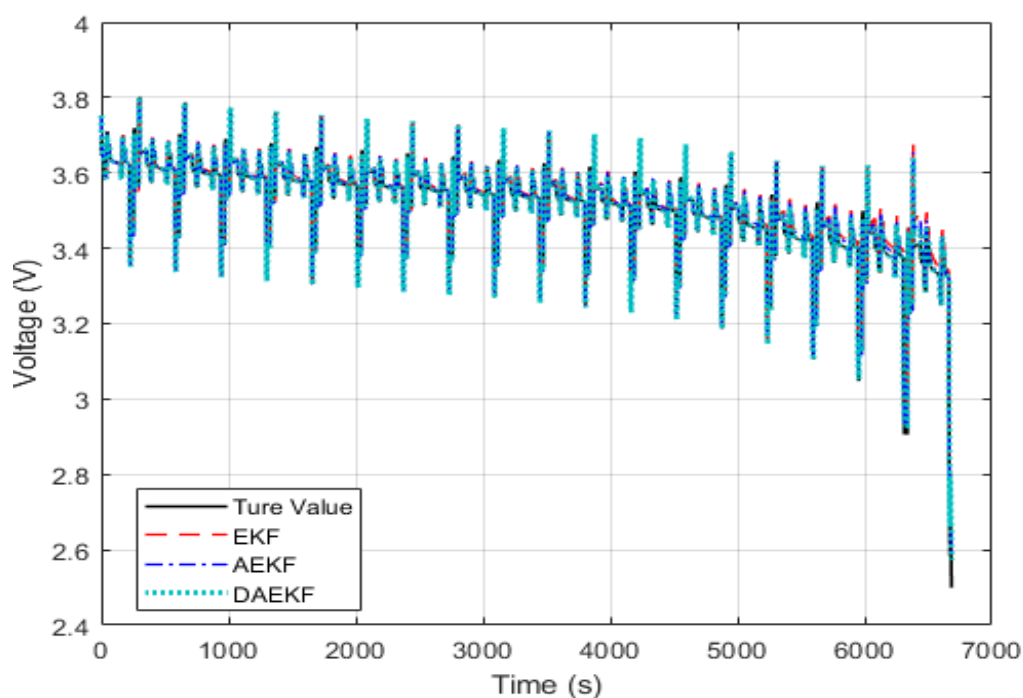


圖 8 估測動態模型 DST 之電壓估測結果(SOC 初始值為 0.5)

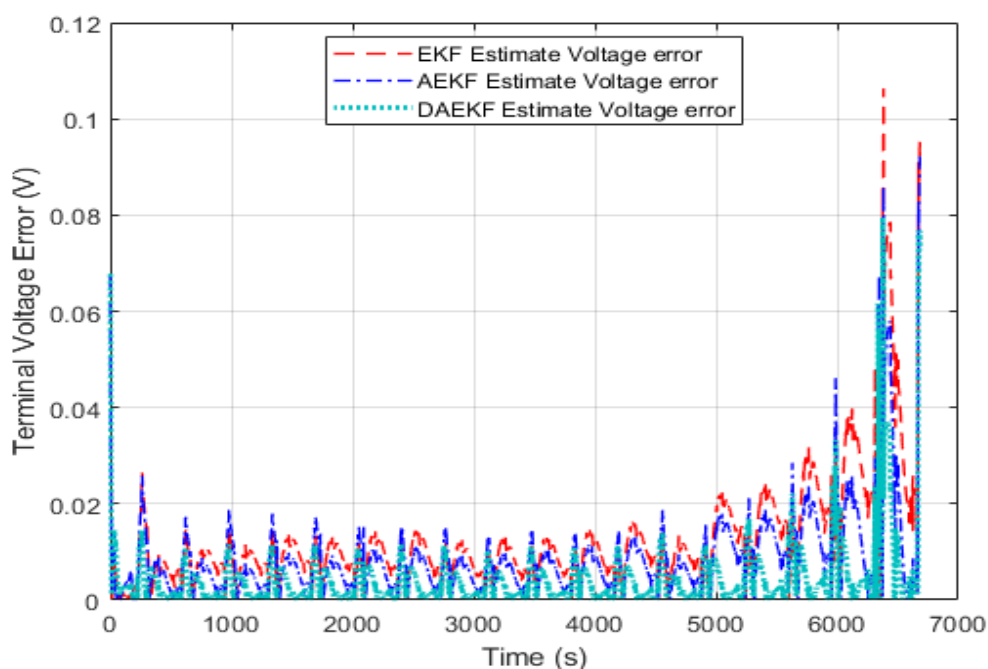


圖 9 估測動態模型 DST 之電壓估測誤差結果(SOC 初始值為 0.5)

接下來為了評估濾波器校正狀態誤差的能力，以下的分析從 0.45 的初始 SOC 開始。此設定可讓控制器根據狀態和實驗資料進行誤差修正，適應各種條件下的動態負載。其結果顯示如圖 10 至圖 13。

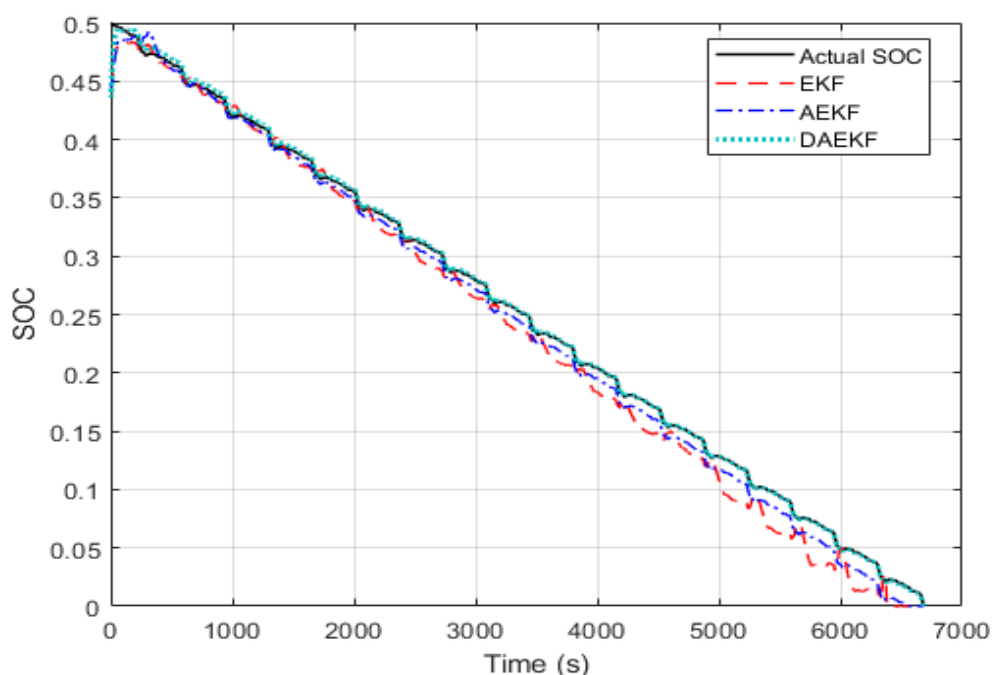


圖 10 估測動態模型 DST 之 SOC 估測結果(SOC 初始值為 0.45)

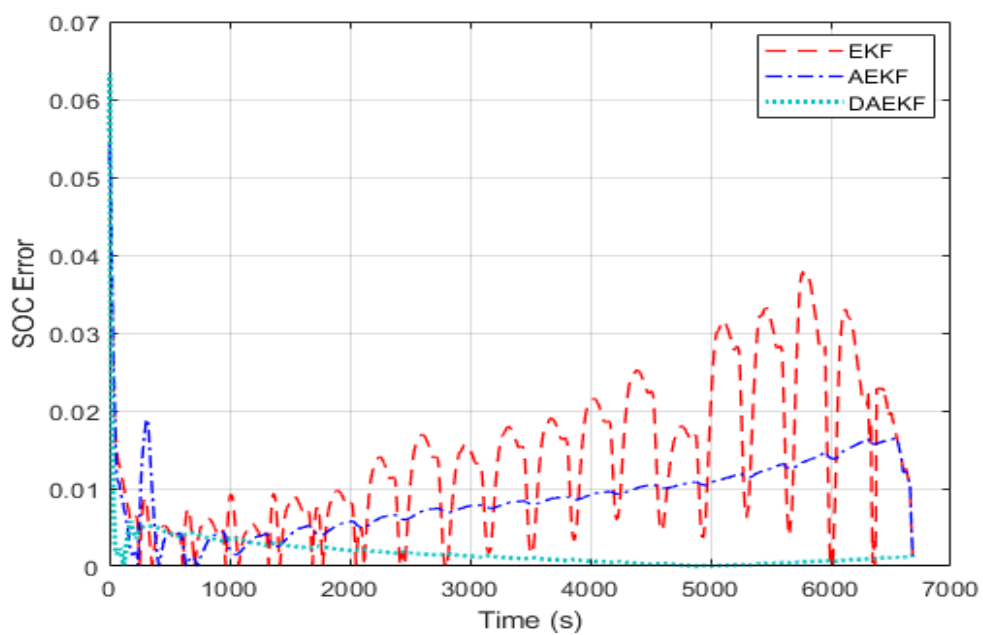


圖 11 估測動態模型 DST 之 SOC 估測誤差結果(SOC 初始值為 0.45)

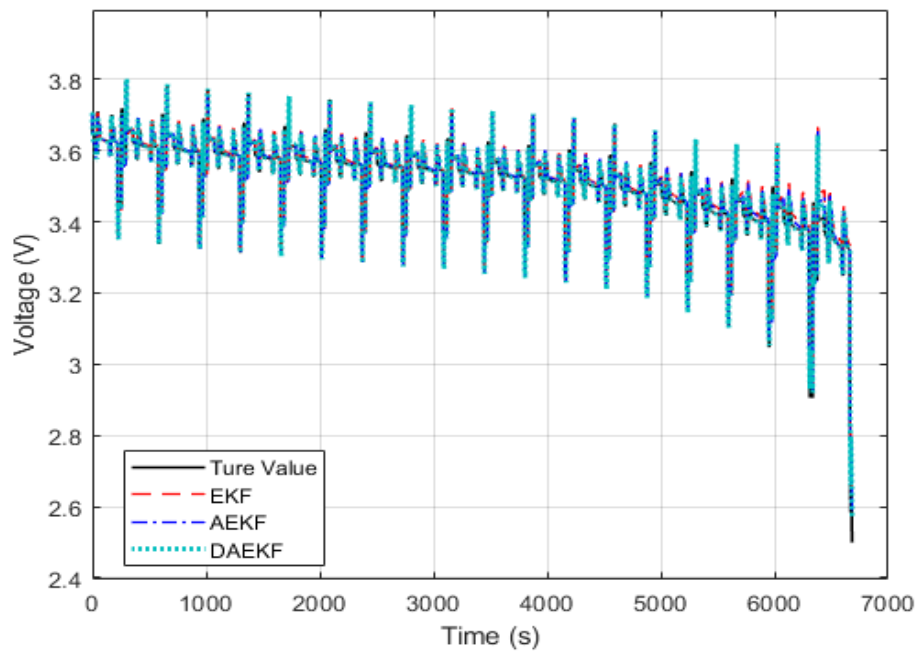


圖 12 估測動態模型 DST 之電壓估測結果(SOC 初始值為 0.45)

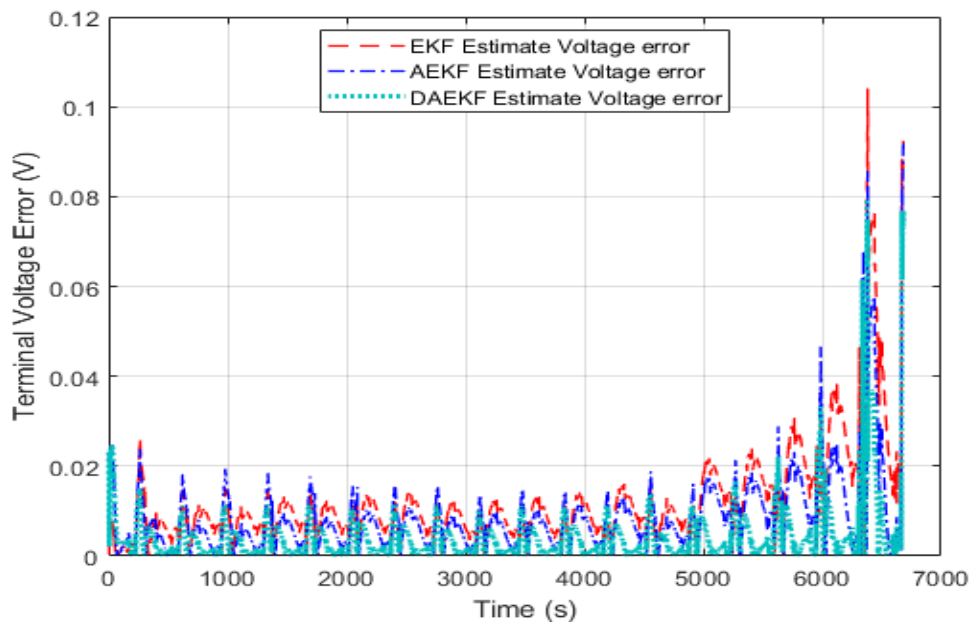


圖 13 估測動態模型 DST 之電壓估測誤差結果(SOC 初始值為 0.45)

三、討論

基於上述的實驗流程及方法，我們可以得到 EKF、AEKF、DAEKF 在不同初始狀態時對動態模型 WLTC 之 SOC 估測結果，其 RMSE 值如表 3 和表 4 所示。

表 3

初始狀態為 0.5 時估測 SOC 之 RSME

濾波器	RMSE
EKF	0.016286
AEKF	0.008830
DAEKF	0.002899

表 4

初始狀態為 0.45 時估測 SOC 之 RMSE

濾波器	RMSE
EKF	0.016600
AEKF	0.009905
DAEKF	0.003277

由以上兩表結果可知，DAEKF 在 SOC 估測的精確度上表現最佳，其次為 AEKF，再者為 EKF。

伍、結論與未來工作

本研究比較了三種演算法的表現。傳統 EKF 演算法在設定過程噪音矩陣 Q 與量測噪音矩陣 R 時，高度仰賴經驗進行手動調校；且當電池更換或參數辨識方式改變時，原設定即失效而需重新調整，導致其靈活性與適應性受限。相對地，AEKF 導入了自適應機制，能依據歷史數據與狀態變動，動態更新 Q 、 R 矩陣以自動匹配最佳參數，藉此提升估測精準度與穩健性。

更進一步，DAEKF 採用雙層自適應運算，能更精準地貼合實際的 SOC 曲線，有效縮減估測誤差。整體而言，DAEKF 在準確度與適應能力上皆超越 EKF 與 AEKF，極適合應用於電動載具等高度要求電池管理可靠度的場景。透過結合即時參數辨識與 DAEKF，將能精確估算剩餘電量，全面優化電池管理系統的安全與效能。

陸、參考文獻

- Baccouche, I., Jemmali, S., Mlayah, A., Manai, B., & Amara, N. E. B. (2018). Implementation of an improved coulomb-counting algorithm based on a piecewise soc-ocv relationship for soc estimation of li-ionbattery. arXiv preprint arXiv:1803.10654.
- Chen, K., Pang, H., Nan, W., Wang, F., Yang, S., & Liu, J. (2024). Parameter identification and state of charge estimation for lithium-ion batteries under wide temperature range. *Ionics*, 30(2), 847-862.
- Center for Advanced Life Cycle Engineering (CALCE). (n.d.). *Battery Research Data*. Retrieved from University of Maryland: <https://calce.umd.edu/data>
- FENG, J., WU, L., HUANG, K., LU, J., & ZHANG, X. (2021). Online SOC estimation of a lithium-ion battery based on FFRLS and AEKF. *Energy Storage Science and Technology*, 10(1), 242.
- Khodarahmi, M., & Maihami, V. (2023). A review on Kalman filter models. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 30(1), 727-747.
- RahmanA., & LinX. (2022). Li-ion battery individual electrode state of charge and degradation monitoring using battery casing through auto curve matching for standard CCCV charging profile. *Applied Energy*, 321, 119367.
- Sangwan, V., Kumar, R., & Rathore, A. K. (2017, October). State-of-charge estimation for li-ion battery using extended Kalman filter (EKF) and central difference Kalman filter (CDKF). In 2017 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting (pp. 1-6). IEEE.
- Sun, D., Yu, X., Wang, C., Zhang, C., Huang, R., Zhou, Q., ... & Bhagat, R. (2021). State of charge estimation for lithium-ion battery based on an Intelligent Adaptive Extended Kalman Filter with improved noise estimator. *Energy*, 214, 119025.
- Tutuianu, M., Bonnel, P., Ciuffo, B., Haniu, T., Ichikawa, N., Marotta, A., ... & Steven, H. (2015). Development of the World-wide harmonized Light duty Test Cycle (WLTC) and a possible pathway for its introduction in the European legislation. *Transportation research part D: transport and environment*, 40, 61-75.
- Xiong, R., Cao, J., Yu, Q., He, H., & Sun, F. (2017). Critical review on the battery state of charge estimation methods for electric vehicles. *Ieee Access*, 6, 1832-1843.
- Xile, D., Caiping, Z., & Jiuchun, J. (2018). Evaluation of SOC estimation method based on EKF/AEKF under noise interference. *Energy Procedia*, 152, 520-525.
- Zhao, G., & Wang, Y. (2020, October). An online model identification for state of charge estimation of lithium-ion batteries using extended kalman filter. In 2020 IEEE 3rd International Conference on Renewable Energy and Power Engineering (REPE) (pp. 34-38). IEEE.

改良型美洲獅演算法於多模型光伏電池參數辨識

羅鈺惟、陳柔玳、吳宗融、劉恩睿*

摘要

為因應 2050 淨零排放之全球轉型趨勢，光伏發電已成為綠色能源發展之核心技術。然而，光伏模組之輸出特性受內部半導體機制與環境條件影響，呈現高度非線性與強耦合特性，使參數辨識問題具有多峰性與非凸特性，增加模型建構與性能預測之難度。傳統方法除面臨計算成本高與實驗程序繁瑣等限制外，亦容易陷入區域最優解，進而影響辨識精度。

基於上述挑戰，本研究提出一種改良型美洲獅最佳化演算法（Shuffled Puma Optimizer, SPO）。該方法於原始美洲獅最佳化演算法（Puma Optimizer, PO）中導入洗牌機制，以提升族群多樣性並降低搜尋偏差，進而強化全域搜尋能力並加速收斂過程。

研究首先透過標準測試函數對 SPO 與 PO 進行效能基準比較，驗證其在搜尋能力與穩定性上的優勢；隨後，將所提出方法應用於光伏模型參數辨識，包括單二極體模型（SDM）、雙二極體模型（DDM）、三二極體模型（TDM）以及光伏模組模型（PMM）。實驗結果顯示，SPO 在各模型之辨識誤差均優於 PO，PO 誤差分別為 8.8180083×10^{-4} 、 8.75×10^{-4} 、 8.60×10^{-4} 和 2.604009×10^{-3} ，SPO 的誤差則分別為 8.8180080×10^{-4} 、 8.54×10^{-4} 、 8.49×10^{-4} 和 2.394094×10^{-3} ，顯示所提出方法在提升辨識精度與穩定性具有高度優勢。

關鍵詞：改良型美洲獅演算法、光伏打模型、參數辨識、元啟發式演算法

羅鈺惟，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，Email: 11325116@gm.nttu.edu.tw

陳柔玳，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，Email: 11122119@gm.nttu.edu.tw

吳宗融，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，Email: 11325126@gm.nttu.edu.tw

劉恩睿(通訊作者)，國立臺東大學綠能與資訊科技學系助理教授，Email: ejliu@nttu.edu.tw

Shuffled Puma Optimization for Parameter Identification of Multiple Photovoltaic Models

Yu-Wei Luo , Rou-Wen Chen , Zing-Rong Wu and En-Jui Liu *

Abstract

In response to the global transition toward net-zero emissions by 2050, photovoltaic (PV) power generation has emerged as a core technology in green energy development. However, the output characteristics of PV modules are strongly influenced by internal semiconductor mechanisms and environmental conditions, resulting in highly nonlinear and strongly coupled behaviors. Consequently, the parameter identification problem is inherently multimodal and non-convex, which increases the difficulty of model construction and performance prediction. Conventional methods not only suffer from high computational cost and cumbersome experimental procedures but are also prone to being trapped in local optima, thereby degrading identification accuracy. To address these challenges, this study proposes a novel optimization algorithm termed shuffled puma optimizer (SPO).

The proposed method incorporates a shuffle mechanism into the puma optimizer (PO) to enhance population diversity and reduce search bias, thereby strengthening global search capability and accelerating convergence. First, benchmark tests using standard test functions are conducted to compare the performance of SPO and PO in terms of solution quality and convergence stability. Subsequently, the proposed method is applied to parameter identification of PV models, including the single-diode model (SDM), double-diode model (DDM), triple-diode model (TDM) and photovoltaic module model (PMM).

The experimental results demonstrate that SPO consistently outperforms PO across all models. For SDM, DDM, TDM, and PMM, the identification errors obtained by PO are 8.8180083×10^{-4} , 8.75×10^{-4} , 8.60×10^{-4} and 2.604009×10^{-3} , respectively, whereas the corresponding errors achieved by SPO are reduced to 8.8180080×10^{-4} , 8.54×10^{-4} , 8.49×10^{-4} , and 2.394094×10^{-3} . These results indicate that the proposed method provides consistent improvements in both identification accuracy and convergence stability.

Keywords: Shuffled Puma Optimizer, Photovoltaic Model, Parameter Identification, Metaheuristic Algorithm

Yu-Wei Luo, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University. student ,
Email: 11325116@gm.nttu.edu.tw

Rou-Wen Chen, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University.
student, Email: 11122119@gm.nttu.edu.tw

Zing-Rong Wu, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University. student,
Email: 11325126@gm.nttu.edu.tw

En-Jui Liu (Corresponding Author) , Department of Green Energy and Information Technology, National
Taitung University. Assistant Professor, Email: ejliu@nttu.edu.tw

表 1.

演算法數學符號說明

$mode$	開發或探索	$rand_n$	取值 $[-4, 4]$ 之間
t	當前迭代次數	UB, LB	上界和下界
PF_1	初始設定參數為 0.5	G	$[-1, 1]$ 之間的方向因子
PF_3	初始設定參數為 0.3	$X_{a,G}, X_{b,G}, X_{c,G}$	隨機 6 個美洲獅的解
Seq	於開發或探索模式下美洲獅改進前和改進後計算結果的差值	$X_{d,G}, X_{e,G}, X_{f,G}$	隨機 6 個美洲獅的解
$SeqTime$	每個模式被選中次數	j_{rand}	介於 $[1, dim]$ 之間的整數
$Score_{Explore}$	探索分數	U	$[0, 1]$ 遞減數值，初始為 0.2
$Score_{Exploit}$	開發分數	N_{pop}	美洲獅的數量
$Cost_{old}^{mode}$	未更新前舊的適應度值	X_{new}	美洲獅新的解
$Cost_{new}^{mode}$	更新後新的適應度值	Sol_{total}	所有解的總和
T_t^{mode}	為該模式在上一次被選擇後沒被選擇的迭代數	X_1^r, X_2^r	隨機選擇的解
$S_{t,1}^{mode}$	當下模式改進前後適應度差值的最佳解	b	隨機產生數，0 或 1
$S_{t,2}^{mode}, S_{t,3}^{mode}$	前兩個模式改進前後適應度差值的最佳解	$T_{t,3}^{mode}$	前三次到前兩次未被選中的迭代數
$T_{t,1}^{mode}$	上次到當前未被選中的迭代數	α, L	常數，設 2 與 0.67
$rand_1 \sim rand_{12}$	$[0, 1]$ 之間的隨機數	X_i	之前迭代最佳解
$randn_1 \sim randn_5$	常態分佈的數	$T_{t,2}^{mode}$	前兩次到前一次未被選中的迭代數
		R_{dim}	$[0, 1]$ 之間的隨機數

表 2

演算法數學符號說明

$Pumamale$	全體最優秀的個體	y	探索後的新解
R	$[-1, 1]$ 之間的方向因子	X_{nx}, X_{nv}	交換解
$Iter$	當前迭代次數	X_{new}	成本較優解
$MaxIter$	最大迭代次數	X_i	當前解
$\alpha t^{mode}, \delta t^{mode}$	開發與探索模式的 α 與 δ 值	X_{best}	成本最優解
lc	開發與探索模式各自迭代前後最佳適應度差值	$Cost$	成本
C	$[1, dim]$ 之間的隨機整數，定義子序列交換起始位置	$exp, mean$	指數函數；平均
d	當前維度	$CostX_{new}$	新美洲獅的適應度值
x	當前解	$CostX_i$	原本美洲獅的適應度值

表 3

太陽能電池模型符號說明

T	電池的絕對溫度 (K)	N_p	並聯連接的電池數
R_{sh}	電池內部的漏電阻	N_s	串聯連接的電池數
I_{ph}	光電流源	$RMSE$	均方根誤差
I_{d1}	通過二極體電流	$CostX_i$	當前解之適應度值
I_{sh}	分流電阻電流	N	數據點數量
I_{sd1}, I_{sd2}	二極體逆向飽和電流	$n_1 \sim n_3$	二極體的理想因子
I_{sd3}	晶界效應產生的逆向飽和電流	R_s	電極阻抗及電流的流動阻抗
$I_{calculate}$	計算電流值	I_L	輸出端電流
$I_{experimental}$	實驗電流值	I_t	端電壓

壹、前言

隨著全球暖化、極端氣候以及海平面上升等環境問題日益嚴峻，各國皆將減少碳排放視為重要目標。近年來，已有超過 130 個國家推動「淨零碳排」政策，期望在 2050 年前實現環境永續。臺灣亦於 202 年由國家發展委員會公布「臺灣 2050 淨零排放路徑及策略總說明」，將「能源轉型」列為四大轉型策略之首。其中，太陽能光伏發電因具備零碳排、維護成本低、技術成熟且部署靈活等優勢，在提升再生能源比例中扮演著關鍵角色。

然而，光伏電池的轉換功率極易受到外部環境因素影響，導致其性能產生波動。此外，光伏電池模型具備高度非線性與多峰性特徵，若無法精確提取其物理參數，將導致發電效能預測失準，進而影響整體微電網的調度效率。傳統的實驗測量法不僅過程繁瑣，且難以因應環境變化進行即時調整。因此，開發高效、高精度的參數辨識演算法，以提升光伏系統效能並增進其在不同環境下的適應性，已成為能源管理領域的迫切需求。

為解決上述問題，本研究擬採用強化型元啟發式演算法，透過改善原始方法的全域搜尋能力，藉以提升光伏模組參數辨識的精確性。研究過程中，首先使用 23 個標準測試函數(Benchmark functions)對改良後演算法與其他演算法進行效能分析與比較，並計算全域搜尋與區域搜尋的比例，確保演算法的可靠性與有效性。隨後，將此演算法應用於單二極體(SDM)、雙二極體(DDM)、三二極體(TDM) (Kullampalayam Murugaiyan et al., 2024)及光電模組模型(PMM) (Zhou & Shang, 2024)進行參數最佳化，並詳細分析其最佳解、平均解與標準差。

根據上述，本研究提出一種結合提升元啟發式演算法之全域搜尋能力與收斂穩定性的機制，並應用於光伏模型參數辨識，最終透過標準測試函數(Benchmark functions)與實際模型實驗，充分驗證其優越性，進一步提升光伏系統的整體效能與可靠性。

貳、文獻回顧

一、元啟發式演算法

最佳化問題旨在可行解空間中尋求使目標函數極值化之方案，傳統演算法如梯度下降法、最小平方法，在高度非線性且參數耦合之問題，目標函數通常呈現非凸特性，容易陷入區域最優解。元啟發式演算法則透過探索(Exploration)與開發(Exploitation)機制的動態權衡，在合理成本下尋獲接近全域最優之解。根據「無免費午餐定理」(Wolpert & Macready, 1997)，不存在能解決所有問題的萬能演算法，故須依問題特性選擇最適策略。

在群體智慧分支中，粒子群演算法(Particle Swarm Optimization, PSO) (Kennedy & Eberhart, 1995)與遺傳演算法(Genetic Algorithm, GA) (Lambora et al., 2019)展現強健的探索能力；而本研究採用之美洲獅演算法(Abdollahzadeh et al., 2024)則模擬美洲獅獵食行為，具備優異的開發能力，特別擅長於已知空間之優化。

然而，傳統探索階段雖常用變異與交叉增加解的多樣性，但在面對龐大且複雜的解空間時，其變異機制往往顯得過於侷限，容易導致演算法陷入局部最優解而缺乏突破能力。

為解決此一關鍵瓶頸本研究引入基因突變技術機制。Shuffle 策略的核心概念在於透過隨機重排或重組候選解，以引入隨機擾動機制。在每次迭代中，族群先依適應度進行排序，接著對排序結果施加隨機混合操作。此過程有助於降低結構性搜尋偏差並提升族群多樣性，從而強化全域搜尋能力。

二、光伏打電池模型

為了全面解析光伏系統的功率特性，建立適當的數學模型十分關鍵。光伏電池本質上可視為一種光電二極體，SDM 為最常使用的光伏模型(Kullampalayam Murugaiyan et al., 2024)，考慮到光伏電池中的負面參雜、缺陷以及系統本身漏電流等因素，圖 4 為 SDM 等效電路圖，SDM 需辨識五個參數。與 SDM 相比，DDM 額外增加了一個並聯二極體(Kullampalayam Murugaiyan et al., 2024)，加以考慮複合電流損耗的影響，特別是在低輻照度條件下效果更為顯著，圖 5 為 DDM 等效電路圖， I_{d1} 、 I_{d2} 皆為通過二極體之電流。TDM 相比於 DDM，多加考慮晶界複合所產生的洩漏電流影響(Kullampalayam Murugaiyan et al., 2024)，該模型針對光伏電池中可能存在的缺陷及非理想條件所引起的損耗進行了更精確的描述，圖 6 為 TDM 等效電路圖， I_{d1} 、 I_{d2} 、 I_{d3} 為通過二極體電流。而 PMM 為多個 SDM 串聯和並聯組成的光電模組(Zhou & Shang, 2024)。

參、研究方法

為開發具有全域搜尋能力之智慧演算法，本研究開發與驗證改良型美洲獅演算法，進而強化在光伏電池參數辨識問題中搜尋全域最優解之能力。

一、研究流程圖

本研究流程共分為三個階段。首先建構改良型美洲獅演算法(Shuffled Puma Optimization, SPO)，於美洲獅最佳化演算法中導入洗牌機制，以提升族群多樣性並強化全域搜尋能力。其次，透過標準測試函數對 SPO 與多種比較演算法進行效能基準測試，以評估演算法在最佳解搜尋能力與收斂穩定性方面之表現。最後，將所提出方法應用於光伏電池參數辨識問題，並以均方根誤差(Root Mean Square Error, RMSE)作為評估指標，以衡量模型之擬合精度，並透過多演算法比較分析驗證其穩健性。研究流程如圖 1 所示。

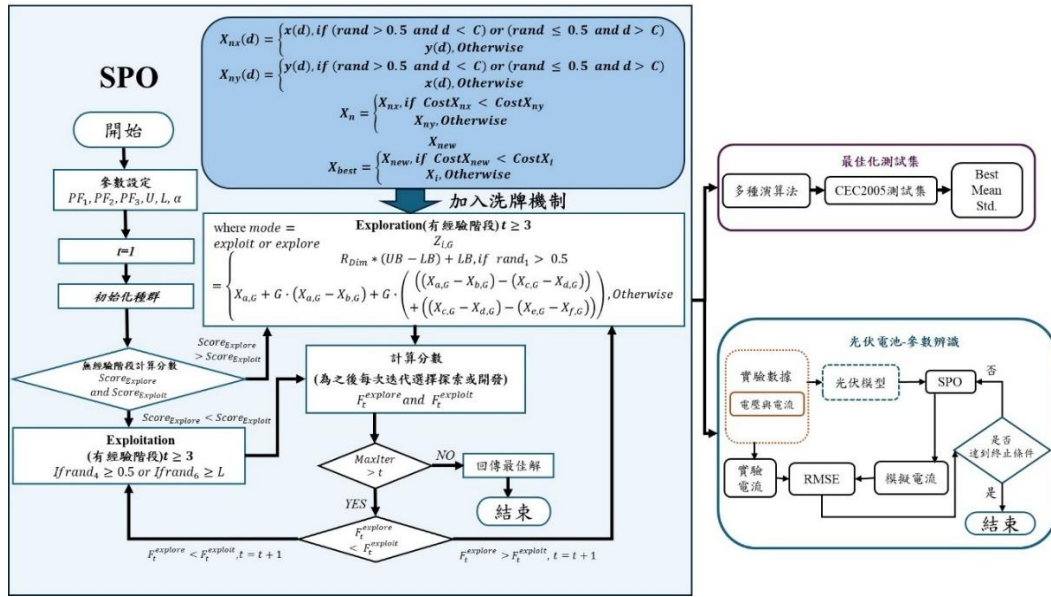


圖 1 研究流程圖

二、美洲獅演算法

美洲獅演算法 (Puma Optimizer, PO) 是由 Benyamin 等人於 2024 年提出的一種新型群體智慧元啟發式演算法。其核心靈感源自美洲獅的捕獵策略、生活習性與智慧行為，旨在解決複雜的非線性最佳化問題。

(一) 美洲獅演算法

PO 靈感源自於美洲獅的智慧與生活習性，在探索與開發階段均設計了一套強大的搜索機制提高搜尋效率與精確度。PO 在搜索過程中能執行相變操作，透過分數計算從而在開發與探索靈活切換，並動態平衡探索與開發的比重，避免過早收斂陷入局部最優解，亦防止精確性不高。本節將對 PO 的數學模型進行詳細闡述，以說明其運作機制與應用潛力。

(二) 無經驗階段

在前三次迭代同時進行探索及開發，因初始環境和獵物位置是未知的，所以為了尋找適合狩獵的區域，將一起執行探索與開發。在前三次的每次迭代中，原本的獅群會分別透過開發模式及探索模式生成兩群，然後透過適應度值對獅群進行排序，最後只會保留適應度最佳的美洲獅。

$$f1_{mode} = PF_1 \times \left(\frac{Seq_{mode}^1}{Seq_{Time}} \right) \quad (1)$$

$$f2_{mode} = PF_2 \times \left(\frac{Seq_{mode}^1 + Seq_{mode}^2 + Seq_{mode}^3}{Seq_{Time}^1 + Seq_{Time}^2 + Seq_{Time}^3} \right) \quad (2)$$

$$Score_{mode} = (PF_1 \times f1_{mode}) + (PF_2 \times f2_{mode}) \quad (3)$$

三次迭代之後，會使用公式(1)與公式(2)計算 $f1$ 、 $f2$ ，代入(3)算出數值，計算探索分數 $Score_{Explore}$ 以及開發分數 $Score_{Exploit}$ 。若 $Score_{Explore}$ 大於 $Score_{Exploit}$ ，則在有經驗階段選擇探索模式，反之則進入開發模式由於，無經驗階段開發與探索皆會執行，因此 Seq_{Time}^t 皆等於1。

(三)有經驗階段

經過三次迭代之後，美洲獅對於獵物位置及生活空間更加了解，依據經驗來選擇要進行的模式，在之後的每一次迭代中，只會選擇一種模式進行，並根據新的分數機制持續更改模式：

$$f_{1_t}^{mode} = PF_1 \times \left| \frac{Cost_{old}^{mode} - Cost_{new}^{mode}}{T_t^{mode}} \right| \quad (4)$$

$$f_{2_t}^{mode} = PF_2 \times \left| \frac{S_{t,1}^{mode} + S_{t,2}^{mode} + S_{t,3}^{mode}}{T_{t,1}^{mode} + T_{t,2}^{mode} + T_{t,3}^{mode}} \right| \quad (5)$$

$$f_{3_t}^{mode} = \begin{cases} \text{if selected,} & f_{3_t}^{mode} = 0 \\ \text{otherwise,} & f_{3_t}^{mode} + PF_3 \end{cases} \quad (6)$$

此階段中，PO 會使用公式(4)~(6)計算 $f_{1_t}^{mode}$ 、 $f_{2_t}^{mode}$ 及 $f_{3_t}^{mode}$ ，但是這裡的 f_1 和 f_2 與無經驗階段的 f_1 、 f_2 計算方式不一樣。在此階段中， f_1 會使陷入局部最優解時執行更多的全域探索， f_2 可以在探索模式後執行更多局部開發， f_3 可以使重複未被選中的模式也有被選擇的機會，避免不斷進行同一個模式導致陷入局部最優解。

(四)探索階段

$$\begin{aligned} & \text{If } rand_1 > 0.5: \\ & Z_{i,G} = R_{Dim} \times (UB - LB) + LB \\ & \text{Otherwise:} \\ & Z_{i,G} = X_{a,G} + G \times (X_{a,G} - X_{b,G}) + G \times \left(\begin{aligned} & \left((X_{a,G} - X_{b,G}) - (X_{c,G} - X_{d,G}) \right) \\ & + \left((X_{c,G} - X_{d,G}) - (X_{e,G} - X_{f,G}) \right) \end{aligned} \right) \quad (7) \\ & G = 2 \cdot rand_2 - 1 \quad (8) \end{aligned}$$

若 $rand_1 > 0.5$ ，生成在上界之中的隨機數做為新的解。而 $rand_1 \leq 0.5$ ，則在獅群中隨機選擇 6 隻美洲獅的座標計算新的解。

$$X_{new} = \begin{cases} Z_{i,G}, & \text{if } j = j_{rand} \text{ or } rand_3 \leq U \\ X_{a,G}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

$$p = \frac{NC}{Npop}, \text{ where } NC = 1 - U \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \text{if } CostX_{new} < CostX_i : \\ & \quad X_i = X_{new} \\ & \text{Otherwise: } U = U + p \end{aligned} \quad (11)$$

PO 會遍歷按適應度排序的美洲獅族群，透過隨機交叉替換維度產生 X_{new} ，隨後根據適應度值進行優勝劣汰的更新，若新解表現優於原解，則予以取代，反之保留原數值。

$$\begin{aligned} & \text{if } rand_4 \geq 0.5 : \\ & X_{new} = \frac{\left(\frac{mean(Sol_{total})}{Npop} \right) \times X_1^r - (-1)^\beta \times X_i}{1 + (\alpha \times rand_5)} \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{otherwise:} \\
 & \text{if } rand_6 \geq L: \\
 & X_{new} = Puma_{male} + (2 \times rand_7) \cdot \exp(randn_1) \times (X_2^r - X_i) \\
 & \text{otherwise:} \\
 & X_{new} = (2 \times rand_8) \times \frac{(F_1 \times R \times X_i + F_2 \times (1 - R) \times Puma_{male})}{(2 \times rand_9 - 1 + randn_2)} - Puma_{male} \\
 & X_2^r = round(1 + (Npop - 1) \cdot rand_{10}) \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$R = 2 \cdot rand_{11} - 1 \quad (14)$$

$$F_1 = randn_3 \times \exp\left(2 - Iter \times \left(\frac{2}{MaxIter}\right)\right) \quad (15)$$

$$F_2 = randn_4 \times (randn_5)^2 \times \cos((2 \times rand_{12}) \times randn_4) \quad (16)$$

(五)開發階段

如果 $rand_4 \geq 0.5$ 將執行快速奔跑，否則伏擊，其中伏擊又分成兩種， $rand_6 \geq L$ ，進行短跳，反之長跳。開發模式結束時，會比較新舊解的適應度值，只取其優解。

(六)探索模式及開發模式的分數

$$F_t^{mode} = (\alpha_t^{mode} \times (f_{1_t}^{mode})) + (\alpha_t^{mode} \times (f_{2_t}^{mode})) + (\delta_t^{mode} \times (|lc| \times f_{3_t}^{mode})) \quad (17)$$

PO 透過動態權重機制來平衡探索與開發：系統會比較兩者的得分，若開發得分較高，表示當前開發比重不足，此時會利用 α 參數線性降低探索比重，反之亦然。當 α 趨近於 1 時，迭代間的相互影響力增強， δ 則趨近於 0 並降低解的多樣性。藉由這種模式切換，PO 能防止過早收斂至局部最優解的同時，避免過度全域搜索產生不精確的解。

三、改良型美洲獅演算法

本研究的重點放在改良探索階段，由於傳統的變異與交叉機制在面對複雜地形時，容易因突破能力不足而陷於局部最優解，因此引入 Shuffle 策略作為創新的變異手段。對探索階段進行優化，圖 2 為改良方法。

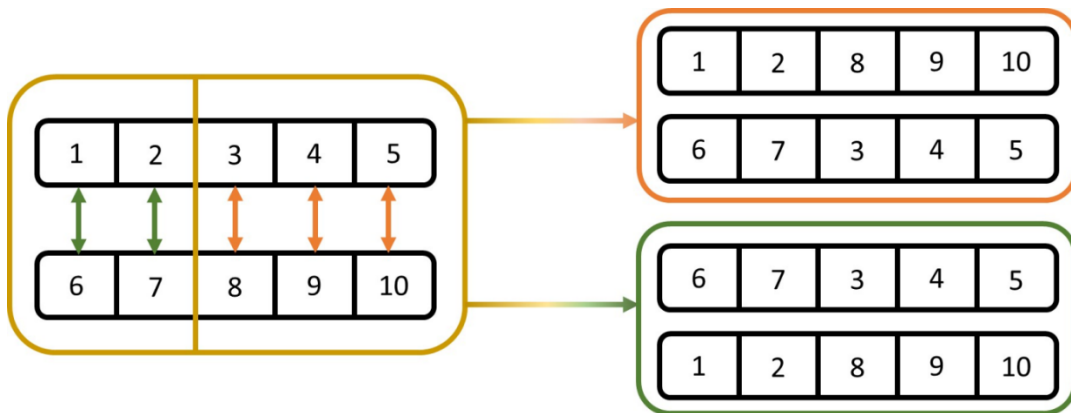


圖 2 Shuffle 策略流程圖

本研究針對 PO 中的變異與選擇機制進行改良，為了提升在高維度解空間中的探索能力與整體搜尋效能。原始 PO 中公式(9)~(11)，被重設計為公式(18)~(20)，進一步增強對全域解的搜尋能力。

$$X_{nx}(d) = \begin{cases} x(d), & \text{if } (rand > 0.5 \text{ and } d < C) \text{ or } (rand \leq 0.5 \text{ and } d > C) \\ y(d), & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

$$X_{ny}(d) = \begin{cases} y(d), & \text{if } (rand > 0.5 \text{ and } d < C) \text{ or } (rand \leq 0.5 \text{ and } d > C) \\ x(d), & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

$$X_n = \begin{cases} X_{nx}, & \text{if } CostX_{nx} < CostX_{ny} \\ X_{ny}, & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

$$X_{new} = \begin{cases} X_n, & \text{if } CostX_n < CostX_y \\ X_y, & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (21)$$

$$X_{best} = \begin{cases} X_{new}, & \text{if } CostX_{new} < CostX_i \\ X_i, & \text{Otherwise} \end{cases}$$

在變異操作方面，我們改良了傳統的交叉方式，如公式(18)。當 $rand$ 大於0.5且 $d < C$ ，或 $rand \leq 0.5$ 且 $d > C$ 時， C 之前的子序列會保持初始解 x ， C 之後的子序列會是搜索過後新解 y ；反之， C 之前的子序列會保持初始解 y ， C 之後的子序列會是搜索過後新解 x ，會產生交換解 X_{nx} 和 X_{ny} 。放棄原本的隨機多點交叉法，改採更具控制力的交換策略降低陷入局部解的風險性。

所有新解均須透過適應度分析於解空間中的優劣，藉此識別潛在的高品質候選解。如(18)所示，初生成兩組交叉解 X_{nx} 和 X_{ny} 首輪成本比較。選取較優者 X_n 。隨後，將此結果與探索得新解 X_y 進行二階比對，將成本較低者標記為 X_{new} 。最後，再將 X_{new} 與當前解 X_i ，進行第三階段比較，選取成本最低者作為本次迭代的最優解 X_{best} 。此逐層篩選與比較機制確保演算法在每次迭代中都能保留品質最佳的解，並作為後續選擇與更新操作的依據，從而促進整體族群穩定邁向全域最適解。圖 3 為 SPO 流程圖。

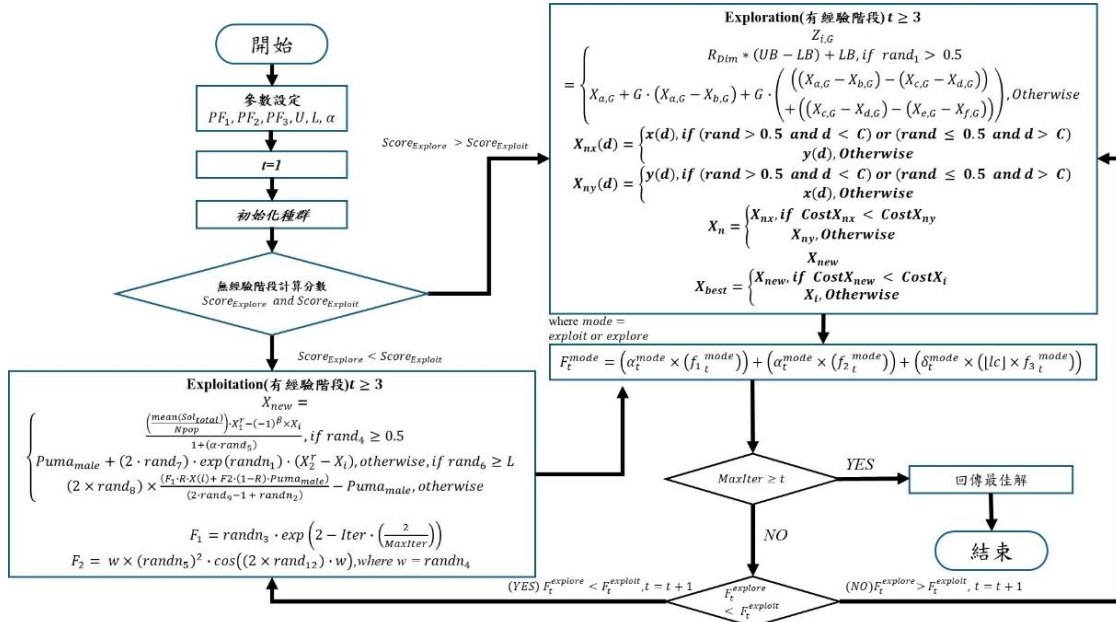


圖 3 SPO 流程圖

四、演算法強健度之測試與分析：最佳化函數集為例

演算法強健度測試與分析：以最佳化函數集為例元啟發式演算法的核心在於探索（全域搜索）與開發（區域搜尋）的動態平衡。而關鍵機制在於必須保留適度隨機性；隨機性過高會導致難以收斂，過低則易陷入局部最佳解的陷阱。透過 PO 透過兩大模式的持續交互作用，能自動優化並找出最合適的搜尋比例。

(一) 光伏等效電路模型建立

SDM 是光伏系統中最常被採用的模型，由於考慮到光伏電池中的負面參雜、缺陷以及系統本身漏電流，系統的輸出端電流 I_L 計算方式如公式(22)。

$$I_L = I_{ph} - I_{d1} - I_{sh} \quad (22)$$

$$I_{d1} = I_{sd1} \left[\exp \left(\frac{q(V_L + I_L R_S)}{n_1 k T} \right) - 1 \right] \quad (23)$$

$$I_{sh} = \frac{V_L + I_L R_S}{R_{sh}} \quad (24)$$

I_{d1} 的計算根據肖克利二極體方程式(Shockley diode equation) (Martí et al., 1997)於公式(23)， I_{sh} 的計算方法於公式(24)。SDM 需辨識參數為 $[I_{ph}, I_{sd1}, R_S, R_{sh}, n_1]$ 。DDM 比 SDM 更為複雜，但精度也會隨之提高。DDM 的 I_L 可由公式(25)表達。

$$I_t = I_{ph} - I_{d1} - I_{d2} - I_{sh} \quad (25)$$

I_{d1} 、 I_{d2} 的計算詳列於公式(26)及公式(27)。

$$I_{d1} = I_{sd1} \left[\exp \left(\frac{q(V_L + I_L R_S)}{n_1 k T} \right) - 1 \right] \quad (26)$$

$$I_{d2} = I_{sd2} \left[\exp \left(\frac{q(V_L + I_L R_S)}{n_2 k T} \right) - 1 \right] \quad (27)$$

DDM 所需要的參數為 $[I_{ph}, I_{sd1}, I_{sd2}, R_S, R_{sh}, n_1, n_2]$ 。 I_t 端電壓的計算表達式如公式(28)所示：

$$I_t = I_{ph} - I_{d1} - I_{d2} - I_{d3} - I_{sh} \quad (28)$$

I_{d1} 、 I_{d2} 及 I_{d3} 的計算詳列於公式(29)、公式(30)及公式(31)。

$$I_{d1} = I_{sd1} \left[\exp \left(\frac{q(V_L + I_L R_S)}{n_1 k T} \right) - 1 \right] \quad (29)$$

$$I_{d2} = I_{sd2} \left[\exp \left(\frac{q(V_L + I_L R_S)}{n_2 k T} \right) - 1 \right] \quad (30)$$

$$I_{d3} = I_{sd3} \left[\exp \left(\frac{q(V_L + I_L R_S)}{n_3 k T} \right) - 1 \right] \quad (31)$$

TDM 模型所需要的參數為 $[I_{ph}, I_{sd1}, I_{sd2}, I_{sd3}, R_S, R_{sh}, n_1, n_2, n_3]$ 。光電模組模型為多數個 SDM 串聯和並聯所形成的，其端電壓 I_t 的計算表達式如公式(32)所示。PMM 與 SDM 需辨識五個參數，分別為 $[I_{ph}, I_{sd1}, R_S, R_{sh}, n_1]$ 。

$$I_t = I_{ph}N_p - I_{sd1}N_p \left[\exp\left(\frac{q(V_L/N_s + I_L R_s/N_p)}{n_1 kT}\right) - 1 \right] - \frac{V_L N_p/N_s + I_L R_s}{R_{sh}} \quad (32)$$

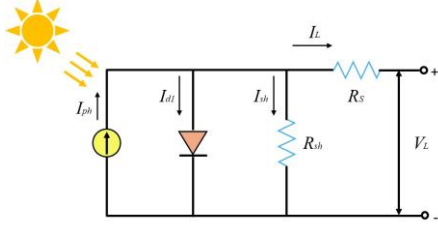


圖 4 SDM 等效電路圖

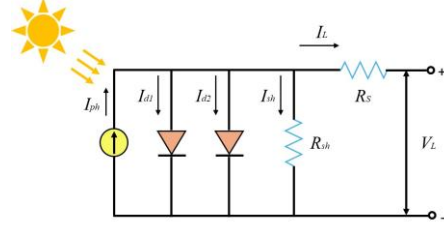


圖 5 DDM 等效電路圖

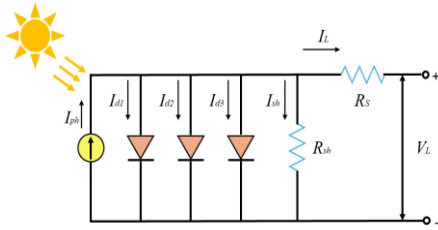


圖 6 TDM 等效電路圖

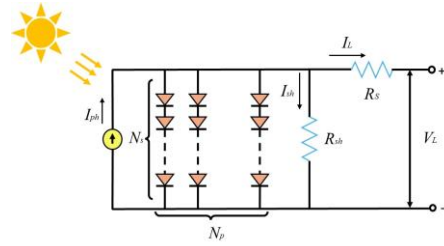


圖 7 PPM 等效電路圖

五、光伏模型

在參數辨識過程中，演算法於搜索空間內持續優化模型參數，並將其代入目標函數以獲得計算電流。透過不斷迭代找尋最優解，演算法旨在尋找一組最優參數解，使模擬結果與實驗數據之間的誤差達到最小。本研究選用 RMSE 作為目標函數，計算實驗電流與計算電流之間的誤差，如公式(33)所示， x 為待變參數陣列， f 為四種模型之目標函數。如表 4。

表 4

光伏電池模型之參數向量定義表

目標函數	參數陣列 X 的組成內容
f_{SDM}	$[I_{ph} , I_{sd1} , R_s , R_{sh} , n_1]$
f_{DDM}	$[I_{ph} , I_{sd1} , I_{sd2} , R_s , R_{sh} , n_1 , n_2]$
f_{TDM}	$[I_{ph} , I_{sd1} , I_{sd2} , I_{sd3} , R_s , R_{sh} , n_1 , n_2 , n_3]$
f_{PPM}	$[I_{ph} , I_{sd1} , R_s , R_{sh} , n_1]$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (I_{calculate} - I_{experimental})^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (f_{model}(V_L, I_L, x) - I_L)^2} \quad (33)$$

肆、結果與討論

本章節旨在呈現改良型美洲獅演算法的各項實驗結果，並與美洲獅演算法及三種主流群體智慧演算法進行深入對比分析。

一、改良型演算法之穩健性測試

本研究將 SPO 與 PO 及三種主流群體智慧演算法－蛾類撲火最佳化演算法 (Moth-Flame Optimization, MFO) (Mirjalili, 2015)、鯨魚最佳化演算法 (The-Whale Optimization algorithm, WOA) (Mirjalili & Lewis, 2016) 與灰狼演算法 (Grey Wolf Optimization, GWO) (Mirjalili et al., 2014) 進行對比性能測試。實驗採用 CEC2005 (Yao et al. 1999) 測試集之 23 種基準函數，涵蓋單峰 (F1~F7)、多峰 (F8~F13) 及固定維度多峰 (F14~F23) 等類型，用以全面評估演算法的收斂精度與穩健性。

評估機制以 23 種函數測試後之平均最佳適應值 (Mean) 與標準差 (Std.) 為基準。為量化總體效能，研究引入強健性評分系統：若演算法在該函數獲得最佳或並列最佳結果，則計得 1 分，否則不計分。所有實驗均於 MATLAB 2024a 環境下執行，硬體採用 Intel i9-13950HX CPU 與 48GB RAM 之電腦設備。實驗統一設定群體大小為 30，迭代次數為 1000 次，相關演算法參數則詳列於表 5。

表 5

演算法相關參數設定

Algorithm	Parameter	Value
PO SPO	PF_1	1
	PF_2	0.99
	PF_3	1.5
	U	2.0
	L	0.9
	α	2
WOA	Decreasing convergence constant a	[2,0]
	Spiral factor b	1
GWO	Decreasing convergence constant a	[2,0]
MFO	Decreasing convergence constant a	[-2-1]

表 6

Benchmark function 測試結果

Function		PO	SPO	MFO	WOA	GWO
F1	Best	0	0	9.46E-06	8.74E-171	1.43E-61
	Mean	0	0	3333.334992	1.79E-150	4.35E-59
	Std.	0	0	7111.589235	1.79E-150	0
F2	Best	6.71E-265	1.58E-257	6.79E-05	1.75E-113	8.75E-36
	Mean	4.08E-258	4.67E-244	30.3336042	2.26E-105	7.52E-35
	Std.	0	4.67E-244	20.591667	2.26E-105	0
F3	Best	0	0	373.7855861	2363.808396	9.91E-21
	Mean	0	0	12106.99816	20412.56188	2.02E-14
	Std.	0	0	8657.410184	20412.56188	0
F4	Best	2.14E-266	7.62E-259	45.91367811	0.038043783	5.96E-16

Function		PO	SPO	MFO	WOA	GWO
	Mean	1.69E-260	3.64E-247	64.80575858	36.91031337	1.03E-14
	Std.	0	3.64E-247	7.262226	36.91031337	0
F5	Best	6.51E-05	2.41E-06	19.06758062	26.59963517	25.26193348
	Mean	24.70822581	21.0370063	2677128.656	27.17880789	26.70432108
	Std.	4.675912	21.0370063	1.46E+07	27.17880789	0.739694
F6	Best	8.89E-09	6.61E-17	1.81E-05	0.007406642	1.66E-05
	Mean	5.45E-08	8.94E-15	2660.066886	0.07519755	0.57299166
	Std.	0	8.94E-15	5185.760141	0.07519755	0.291827
F7	Best	5.93E-06	1.85E-05	0.041430035	9.04E-06	1.00E-04
	Mean	8.54E-05	1.19E-04	5.697443507	0.002040244	8.36E-04
	Std.	6.30E-05	1.19E-04	9.503771	0.002040244	5.30E-04
F8	Best	-12569.48661	-12569.48662	-10150.60746	-12569.11966	-7225.11669
	Mean	-11922.66706	-12357.05653	-8715.524936	-10826.25145	-6052.379167
	Std.	762.137812	-12357.05653	764.095649	-10826.25145	686.077721
F9	Best	0	0	78.60143134	0	0
	Mean	0	0	155.7505999	0	0.645623184
	Std.	0	0	35.278961	0	1.847468
F10	Best	4.44E-16	4.44E-16	0.00508684	4.44E-16	1.11E-14
	Mean	4.44E-16	4.44E-16	14.88237406	3.17E-15	1.55E-14
	Std.	0	4.44E-16	7.746254	3.17E-15	0
F11	Best	0	0	4.23E-05	0	0
	Mean	0	0	30.08476681	0.003527721	0.001273467
	Std.	0	0	64.117691	0.003527721	0.004107
F12	Best	1.45E-10	7.29E-18	4.82E-06	0.001446159	0.012188712
	Mean	2.52E-09	1.23E-15	8533334.669	0.008996273	0.057084543
	Std.	0	1.23E-15	4.67E+07	0.008996273	0.093799
F13	Best	2.14E-09	4.68E-17	1.96E-04	0.009585554	0.213322385
	Mean	7.33E-04	1.55E-14	0.295780993	0.199160555	0.517233149
	Std.	0.002788	1.55E-14	0.600144	0.199160555	0.165819
F14	Best	0.998003838	0.998003838	0.998003838	0.998003838	0.998003838
	Mean	0.998003838	0.998003838	2.706762397	4.037183151	5.102662443
	Std.	0	0.998003838	2.444637	4.037183151	4.717367
F15	Best	3.07E-04	3.07E-04	6.99E-04	3.10E-04	3.07E-04
	Mean	3.69E-04	3.38E-04	0.00127137	5.75E-04	0.002352523
	Std.	2.32E-04	3.38E-04	0.001393	5.75E-04	0.006109
F16	Best	-1.031628453	-1.031628453	-1.031628453	-1.031628453	-1.03162845
	Mean	-1.031628453	-1.031628453	-1.031628453	-1.031628453	-1.031628448
	Std.	0	-1.031628453	0	-1.031628453	0
F17	Best	0.397887358	0.397887358	0.397887358	0.397887358	0.39788736
	Mean	0.397887358	0.397887358	0.397887358	0.397888422	0.397894571
	Std.	0	0.397887358	0	0.397888422	3.70E-05
F18	Best	3	3	3	3.000000001	3.000000095
	Mean	3	3	3	3.00001101	3.000010671
	Std.	0	3	0	3.00001101	1.30E-05
F19	Best	-3.862782148	-3.862782148	-3.862782148	-3.862781448	-3.86278206
	Mean	-3.862782148	-3.862782148	-3.862782148	-3.859754165	-3.861232901
	Std.	0	-3.862782148	0	-3.859754165	0.002822
F20	Best	-3.321995172	-3.321995172	-3.321995172	-3.321965726	-3.32199421
	Mean	-3.270474819	-3.290290339	-3.240360435	-3.244925424	-3.267455724
	Std.	0.059923	-3.290290339	0.059893	-3.244925424	0.064446

Function		PO	SPO	MFO	WOA	GWO
F21	Best	-10.15319968	-10.15319968	-10.15319968	-10.15319041	-10.1530422
	Mean	-10.15319968	-10.15319968	-5.97112902	-9.131934936	-8.969295143
	Std.	0	-10.15319968	3.372147	-9.131934936	2.181789
F22	Best	-10.40294057	-10.40294057	-10.40294057	-10.40291587	-10.4028877
	Mean	-10.18031923	-10.18031923	-7.265857031	-8.761099557	-10.22664576
	Std.	1.219347	-10.18031923	3.67739	-8.761099557	0.962962
F23	Best	-10.53640982	-10.53640982	-10.53640982	-10.53637143	-10.5363777
	Mean	-10.31291664	-10.31304372	-7.150894858	-8.236568468	-10.26546163
	Std.	1.223403	-10.31304372	3.724506	-8.236568468	1.481445
Score	Best	14	19	7	3	2
	Mean	13	19	3	1	1
	Std.	17	19	4	6	7
		44	57	14	10	10

二、SPO 和 PO 全局與區域搜索比例結果

本研究改進演算法之目標在於強化其全域搜尋能力。由表 7 可觀察到，SPO 在全域探索比例上呈現上升趨勢，顯示所提出之機制能有效提升演算法之探索能力。

表 7

SPO 和 PO 全局與區域搜索比例結果

Function		SPO	PO
F1	區域搜索 (%)	91.77533	95.58676
	全域探索 (%)	8.224674	4.41324
F2	區域搜索 (%)	89.2678	93.98195
	全域探索 (%)	10.7322	6.018054
F3	區域搜索 (%)	94.88465	94.58375
	全域探索 (%)	5.115346	5.416249
F4	區域搜索 (%)	86.25878	94.18255
	全域探索 (%)	13.74122	5.817452
F5	區域搜索 (%)	22.3671	43.32999
	全域探索 (%)	77.6329	56.67001
F6	區域搜索 (%)	27.98395	37.31194
	全域探索 (%)	72.01605	62.68806
F7	區域搜索 (%)	50.25075	51.25376
	全域探索 (%)	49.74925	48.74624
F8	區域搜索 (%)	30.39117	35.80742
	全域探索 (%)	69.60883	64.19258
F9	區域搜索 (%)	51.25376	51.55466
	全域探索 (%)	48.74624	48.44534
F10	區域搜索 (%)	52.85858	52.65797
	全域探索 (%)	47.14142	47.34203
F11	區域搜索 (%)	51.55466	51.55466
	全域探索 (%)	48.44534	48.44534
F12	區域搜索 (%)	22.1665	38.81645
	全域探索 (%)	77.8335	61.18355

Function		SPO	PO
<i>F13</i>	區域搜索 (%)	25.37613	40.82247
	全域探索 (%)	74.62387	59.17753
<i>F14</i>	區域搜索 (%)	49.94985	48.34504
	全域探索 (%)	50.05015	51.65496
<i>F15</i>	區域搜索 (%)	45.03511	51.75527
	全域探索 (%)	54.96489	48.24473
<i>F16</i>	區域搜索 (%)	48.84654	51.95587
	全域探索 (%)	51.15346	48.04413
<i>F17</i>	區域搜索 (%)	48.94684	49.64895
	全域探索 (%)	51.05316	50.35105
<i>F18</i>	區域搜索 (%)	48.24473	48.54564
	全域探索 (%)	51.75527	51.45436
<i>F19</i>	區域搜索 (%)	47.64293	47.44233
	全域探索 (%)	52.35707	52.55767
<i>F20</i>	區域搜索 (%)	48.14443	47.04112
	全域探索 (%)	51.85557	52.95888
<i>F21</i>	區域搜索 (%)	47.44233	49.54865
	全域探索 (%)	52.55767	50.45135
<i>F22</i>	區域搜索 (%)	46.63992	51.95587
	全域探索 (%)	53.36008	48.04413
<i>F23</i>	區域搜索 (%)	45.53661	52.55767
	全域探索 (%)	54.46339	47.44233

三、參數辨識結果

為了驗證 SPO 適用於光伏電池參數辨識，分別對四種二極體電路進行參數辨識，實驗數據使用兩組廣泛應用的光伏數據集，以操作溫度 303.15 K 及輻射度 1000 W/m² 的光照條件的商用型 R.T.C France 光伏電池，和操作溫度 318.15 K 及輻射度 1000 W/m² 的光照條件的 Photowatt-PWM201 模組(Premkumar et al., 2020)。

(一)光伏模型

由表 8 可知 SPO 的最優解比 PO 優秀，可知 Shuffle 加強在探索階段的多樣性，提升總體演算法的搜尋能力。圖 8 分別為四種光伏模型參數辨識之最優解結果。

表 8

光伏模型參數辨識之最優解結果

	<i>SDM</i>	<i>DDM</i>	<i>TDM</i>	<i>PMM</i>
<i>SPO</i>	8.8180080×10^{-4}	8.54×10^{-4}	8.49×10^{-4}	2.394×10^{-3}
<i>PO</i>	8.8180083×10^{-4}	8.75×10^{-4}	8.60×10^{-4}	2.604×10^{-3}

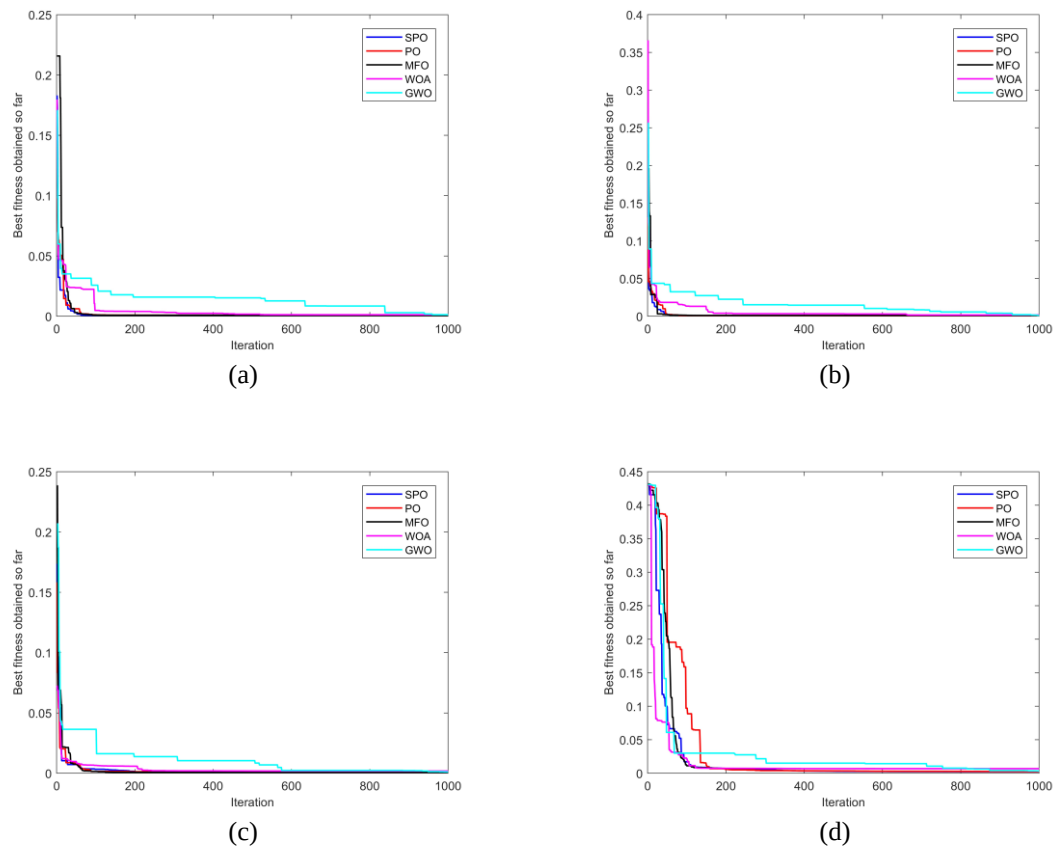


圖8 光伏電池模型 (a) SDM (b) DDM (c) TDM (d) PMM 之最佳收斂曲線

伍、結論

本研究以仿生演算法中的PO為基礎，並結合洗牌機制的高隨機性特徵進行改良，提出改良型演算法 SPO。首先，透過 23 個 Benchmark Function 驗證其效能，並以平均值、最佳值及標準差進行統計評估，結果顯示 SPO 獲得 57 分，顯著優於原始 PO 的 44 分以及 MFO (14 分)、WOA (10 分)與 GWO (9/10 分)，凸顯其在多種測試函數上的優勢。其次，透過分析演算法開發和探索比例的變化，證實洗牌機制能有效提升探索階段的比例，進而在搜尋過程中促進開發與探索的平衡。在光伏模組中，改良後的 SPO 在最優解結果上優於原始 PO，相較於原始 PO、MFO、WOA 及 GWO，SPO 展現出更快的收斂速度與更高的運算精確度。

參考文獻

- Abdollahzadeh, B., Khodadadi, N., Barshandeh, S., Trojovský, P., Gharehchopogh, F. S., El-Kenawy, E. S. M., ... & Mirjalili, S. (2024). Puma optimizer (PO): a novel metaheuristic optimization algorithm and its application in machine learning. *Cluster Computing*, 27(4), 5235-5283. 27(4), 5235-5283.
- Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995, November). Particle swarm optimization. In *Proceedings of ICNN'95-international conference on neural networks* (Vol. 4, pp. 1942-1948). IEEE.
- Kullampalayam Murugaiyan, N., Chandrasekaran, K., Manoharan, P., & Derebew, B. (2024). Leveraging opposition-based learning for solar photovoltaic model parameter estimation with exponential distribution optimization algorithm. *Scientific Reports*, 14(1), 528.
- Lambora, A., Gupta, K., & Chopra, K. (2019, February). Genetic algorithm-A literature review. In *2019 international conference on machine learning, big data, cloud and parallel computing (COMITCon)* (pp. 380-384). IEEE.
- Liu, E. J., Chen, R. W., Wang, Q. A., & Lu, W. L. (2025). Shuffled puma optimizer for parameter extraction and sensitivity analysis in photovoltaic models. *Energies*, 18(15), 4008.
- Lelie, M., Braun, T., Knips, M., Nordmann, H., Ringbeck, F., Zappen, H., & Sauer, D. U. (2018). Battery management system hardware concepts: An overview. *Applied Sciences*, 8(4), 534.
- Marti, A., Balenzategui, J. L., & Reyna, R. F. (1997). Photon recycling and Shockley's diode equation. *Journal of Applied Physics*, 82(8), 4067-4075.
- Mirjalili, S. (2015). Moth-flame optimization algorithm: A novel nature-inspired heuristic paradigm. *Knowledge-based systems*, 89, 228-249.
- Mirjalili, S., & Lewis, A. (2016). The whale optimization algorithm. *Advances in engineering software*, 95, 51-67.
- Mirjalili, S., & Lewis, A. (2016). The whale optimization algorithm. *Advances in engineering software*, 95, 51-67.
- Premkumar, M., Babu, T. S., Umashankar, S., & Sowmya, R. (2020). A new metaphor-less algorithms for the photovoltaic cell parameter estimation. *Optik*, 208, 164559.
- Wolpert, D. H., & Macready, W. G. (2002). No free lunch theorems for optimization. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 1(1), 67-82.
- Yao, X., Liu, Y., & Lin, G. (1999). Evolutionary programming made faster. *IEEE Transactions on Evolutionary computation*, 3(2), 82-102.
- Zhou, T. T., & Shang, C. (2024). Parameter identification of solar photovoltaic models by multi strategy sine-cosine algorithm. *Energy Science & Engineering*, 12(4), 1422-1445.

A Framework for Sensitivity Analysis of Parameters in a Dual-Diode Solar Cell Model

Yi-En Tang, I-Li Chiu, Yu-Tzu Chen, Wai-Chi Yang, Yan-Hao Huang*

Abstract

The performance of equivalent circuit models for solar cells is highly dependent on the interactions among multiple physical parameters. Accurately quantifying the extent to which each parameter influences the output current is critical for model calibration and performance optimization. However, the double-diode model exhibits highly nonlinear behavior and parameter coupling. The traditional One-Factor-At-A-Time (OFAT) method can only capture local effects, while global sensitivity analysis (SA) methods face the challenge of high computational costs.

This study proposes a systematic framework that integrates parameter identification, surrogate modeling, and interpretability analysis. First, particle swarm optimization (PSO) was employed for Double-Diode Models (DDM) parameter identification, yielding a model with excellent fitting performance (RMSE = 0.008508). A surrogate model was constructed using Random Forest (RF) to reduce the computational burden of the original physical model. Finally, SA and cross-validation were performed using two methods, Mean Decrease in Impurity (MDI) and OFAT.

The results show that the photocurrent I_{ph} is the most significant influencing parameter, with a significantly higher importance than the other parameters. The first-order parameters n_1 and I_{sd1} consistently rank as secondary factors, and their effects exhibit opposite trends, consistent with the underlying physical mechanisms. In contrast, the series resistance R_s and the shunt resistance R_{sh} have a relatively minor influence. Overall, the sensitivity results obtained from the various methods show a high degree of consistency.

This study validates the effectiveness of combining the surrogate model with MDI for SA of solar cell parameters. The proposed analytical framework combines computational efficiency with interpretability, providing physically meaningful quantitative insights for parameter optimization and fault diagnosis.

Keywords: Double-diode model, Sensitivity analysis, Surrogate model, Random forest

Yi-En Tang, Student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University,
Email: 11222106@gm.nttu.edu.tw

I-Li Chiu, Student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University,
Email: 11222129@gm.nttu.edu.tw

Yu-Tzu Chen, Student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University,
Email: 11222128@gm.nttu.edu.tw

Wai-Chi Yang, Student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University,
Email: 11222106@gm.nttu.edu.tw

Yan-Hao Huang (Corresponding Author), Assistant Professor, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University, Email: yhhuang@nttu.edu.tw

太陽能電池雙二極體模型參數敏感度分析框架

唐以恩、邱月芳、陳禹慈、楊崴棋、黃彥皓*

中文摘要

太陽能電池等效電路模型之性能高度依賴多項物理參數之交互作用，準確量化各參數對輸出電流之影響程度，對於模型校準與性能優化具有關鍵意義。然而，雙二極體模型具高度非線性與參數耦合特性，傳統單因子逐次變動法(One-Factor-At-A-Time, OFAT)僅能反映局部效應。而全域敏感度分析方法則面臨計算成本過高之問題。

本研究提出一套結合參數識別、替身模型與可解釋性分析之系統化框架。首先，採用粒子群最佳化進行 DDM 參數識別，所得模型具有良好擬合能力(RMSE = 0.008508)。使用隨機森林(Random Forest, RF)建立替身模型，以降低原始物理模型之計算負擔。最後使用平均不純度減少量(Mean Decrease in Impurity, MDI)與 OFAT 二種方法進行敏感度分析與交叉驗證。

結果顯示，光生電流 I_{ph} 為最主要影響參數，其重要性顯著高於其他參數。第一支路參數 nI 與 I_{sd1} 穩定列為次要因子，且其影響方向呈現相反趨勢，與物理機制一致。而串聯電阻 R_s 與並聯電阻 R_{sh} 則影響較小。整體而言，各方法所得敏感度結果具高度一致性。

本研究驗證了結合替身模型與 MDI 進行太陽能電池參數敏感度分析之有效性，所提出之分析框架兼具計算效率與解釋能力，可為參數優化與故障診斷提供具物理意義之量化依據。

關鍵字：雙二極體模型、敏感度分析、替身模型、隨機森林

唐以恩，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，Email: 11222106@gm.nttu.edu.tw

邱月芳，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，Email: 11222129@gm.nttu.edu.tw

陳禹慈，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，Email: 11222128@gm.nttu.edu.tw

楊崴棋，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，Email: 11325127@gm.nttu.edu.tw

黃彥皓(通訊作者)，國立臺東大學綠能與資訊科技學系助理教授，Email: yhhuang@nttu.edu.tw

I. Background Information

As the world transitions to a net-zero carbon future, the ultimate performance of PV devices is significantly influenced by a combination of physical and process parameters. The DDM model includes parameters such as the photocurrent (I_{ph}), reverse saturation current (I_{sd}), diode ideality factor (n), series resistance (R_s), and shunt resistance (R_{sh}). Uncertainties in these parameters directly alter the shape of the I-V curve, thereby affecting efficiency and stability. Therefore, a quantitative understanding of the extent to which these parameters influence output performance is not only the foundation for model design optimization but also the basis for accurate diagnostics.

Sensitivity analysis (SA) is a tool used to explore the influence of PV model parameters. Early studies often employed the One-Factor-At-A-Time (OFAT) method, which involves fixing all other parameters and varying a single parameter to observe changes in the output. While OFAT has intuitive physical significance and is easy to implement, it is limited to capturing only local variations and cannot reflect the interactive relationships between input factors rendering it of only limited significance in highly nonlinear PV cell models.

With the continuous advancement of computational resources and machine learning (ML) technologies, using data surrogates has become an effective approach to alleviating computational burdens. Among these, the Random Forest (RF) algorithm is suitable for use as a surrogate model for PV cells due to its natural ability to perform nonlinear segmentation, capture strong parameter interactions, and demonstrate high stability. However, ML models are often viewed as “black boxes” because their internal workings cannot be understood through physical intuition. Therefore, in this study, the Mean Decrease in Impurity (MDI) metric built into the RF algorithm can be used to explain the global importance ranking.

As an advanced exploration, this study establishes a framework for interpreting parameters through cross-domain validation. By introducing MDI as the primary analytical tool, the study returns to the fundamental physical significance of the cell parameters. This approach, which prioritizes experimental data while incorporating physical significance, effectively demonstrates whether the parameter behaviors revealed by ML align with solar cell theory.

The contributions of this paper are as follows: (1) a systematic comparison of the performance of DDM models within a multi-indicator sensitivity framework; (2) verification of the dominance and stability of key parameters across different models; and (3) the provision of quantitative data for parameter optimization and calibration under resource-constrained conditions. This study demonstrates that even when structural changes occur, the sensitivity structures remain highly consistent, thereby providing a more interpretable pathway for the diagnosis and performance evaluation of PV systems.

The characteristics of solar cells are typically represented by equivalent circuit models to facilitate numerical simulation and performance analysis. The Double Diode Model (DDM), as shown in Figure 1, is currently the most widely used model. The DDM comprises seven main parameters: the photo-generated current I_{ph} , the reverse saturation currents I_{sd1} , I_{sd2} , the ideal factors $n1$ and $n2$, as well as the series resistance R_s and the shunt resistance R_{sh} , which capture the additional current loss caused by recombination effects in the space charge region under low-irradiance conditions. Compared to the single-diode model, the DDM offers higher modeling accuracy, but the difficulty of solving it also increases accordingly (Villalva et al., 2009).

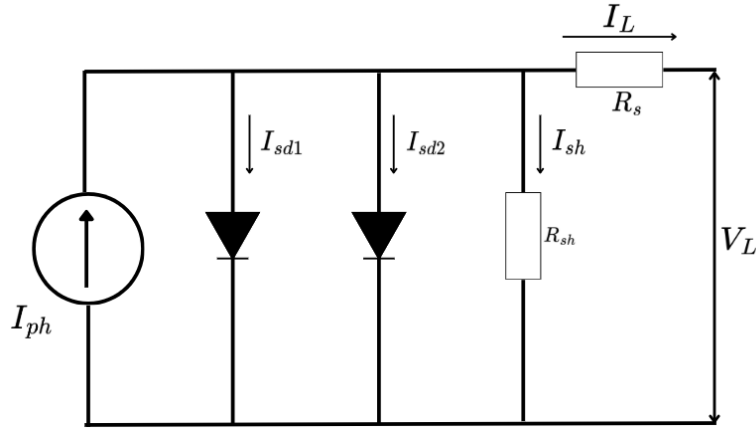


Figure 1 DDM Model Diagram

SA is used to quantify the extent to which each parameter affects the output current, and it is a key tool for model diagnosis and parameter optimization. OFAT is the earliest widely adopted SA method. It fixes all other parameters at their baseline values, varies a single parameter at a time, and observes the resulting changes in the output to determine the local linear sensitivity and direction of effect for each parameter. OFAT is intuitive to perform and computationally efficient. It clearly reveals the polarity of individual parameters' effects near the baseline and is suitable as a preliminary tool for directional validation(Hoshyarzadeh et al., 2026) .

However, OFAT essentially reflects only local gradient effects near the reference point; for highly nonlinear models such as the DDM, where strong interactions exist among parameters, OFAT results cannot represent the overall distribution of influence across the entire parameter space(Li et al., 2019) .

As ML technologies have matured, surrogate models have been widely adopted to address the high computational costs associated with high-dimensional nonlinear models in global SA. By learning the input-output mapping of the underlying physical model through a data-driven approach, surrogate models enable the evaluation of a large number of parameter combinations within a limited computational budget, thereby supporting subsequent SA and uncertainty quantification(Razavi & Gupta, 2016).

RF is an ensemble learning method that trains multiple decision trees using bootstrap resampling and aggregates their outputs. It effectively captures nonlinear interactions among input parameters and mitigates overfitting, demonstrating robust generalization capabilities in tasks such as solar radiation prediction, I-V curve modeling, and fault diagnosis for solar power systems(Breiman, 2001).

The key advantage of using RF s as a surrogate model for DDM lies in the fact that, once training is complete, SA can be performed efficiently on the surrogate model without the need to repeatedly solve the original system of nonlinear equations. More importantly, the structure of decision tree ensembles naturally supports the extraction of feature importance, and the built-in MDI metric provides a fast global ranking, overcoming the lack of physical interpretability found in traditional black-box models(Louppe et al., 2013; Lundberg & Lee, 2017) .

II. Method

2.1 Overview of the Research Process

This study establishes a systematic framework that integrates parameter identification and global SA, balancing calibration accuracy with parameter interpretability. First, parameter identification is performed on the double-diode model (DDM) using the Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm to search for the optimal parameter combination within a predefined search space that minimizes the root mean square error (RMSE) between the measured current and the model-predicted current. Next, centered on the optimal PSO calibration solution, Latin Hypercube Sampling (LHS) is performed to uniformly sample the neighborhood, and a surrogate model is constructed using RF to approximate the input–output mapping relationship of the PV physical model. Finally, the MDI is adopted as the core quantitative metric, and OFAT cross-validation is performed to quantify the relative contribution and direction of effect of each parameter on the output current.

The overall workflow of the proposed framework is illustrated in Figure 2, including parameter optimization, data sampling, surrogate modeling, and sensitivity analysis.

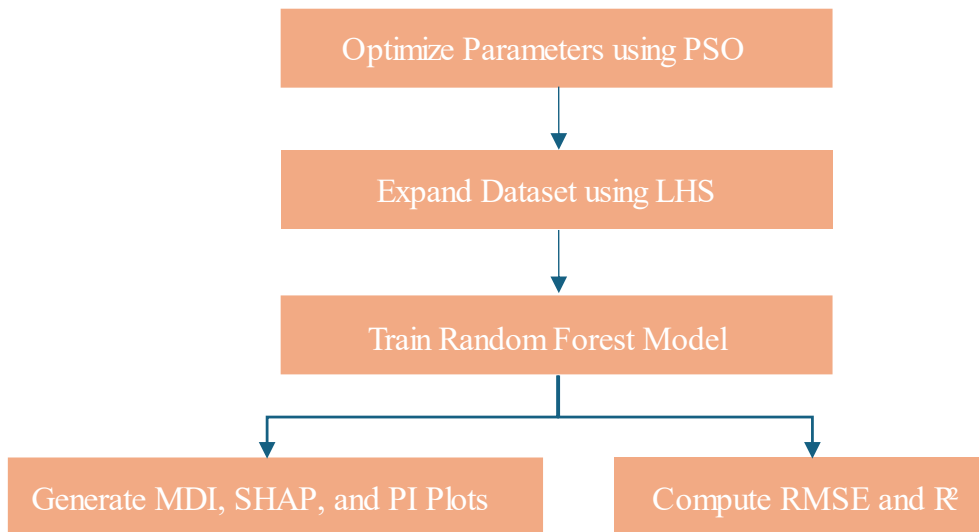


Figure 2 Flowchart of the proposed methodology

2.2 Particle Swarm Optimization Algorithm (PSO)

To identify parameter sensitivities, this study employs the PSO algorithm. PSO is a meta-heuristic optimization method that performs global search through the search behavior of a virtual swarm without requiring gradient information, making it a superior approach for high-dimensional and nonlinear parameter problems. PSO is a swarm-based optimization search technique (Ali et al., 2021). Each particle represents a set of candidate parameter solutions, and their positions are continuously updated based on both local and global optimal solutions to gradually converge toward the optimal solution. PSO offers the advantages of fast convergence, simple parameter settings, and high efficiency.

The core of PSO lies in the iterative updating of particle velocity and position, where velocity is determined by a combination of the inertia term, the individual best, and the global best, and particle positions are updated accordingly to search for the optimal solution.

In the velocity update formula, the particle's velocity is composed of three components: an inertial term, guidance toward its own optimal position, and guidance toward the group's optimal position, with a random factor added to increase search diversity(Kennedy & Eberhart, 1995) . The mathematical representation is as follows:

$$V_i^{l+1} = c_0 V_i^l + c_1 r_{1,i}^l (X_i^{best,l} - X_i^l) + c_2 r_{2,i}^l (X_{swarm}^{best,l} - X_i^l) \quad (1)$$

Here V_i^l and X_i^l represent the velocity and position of a particle at the l th iteration, respectively ; $X_i^{best,l}$ and $X_{swarm}^{best,l}$ correspond to the individual particle's best position and the group's best position, respectively. c_0, c_1, c_2 These are the inertia weight, individual learning factor, and collective learning factor, which are used to adjust the movement tendencies and learning capabilities of particles during the search process ; $r_{1,i}^l, r_{2,i}^l$. A random number in the range $[0,1]$ used to increase search diversity and prevent premature convergence.

The particle's position is adjusted based on the updated velocity:

$$X_i^{l+1} = X_i^l + V_i^{l+1} \quad (2)$$

This formula illustrates how a particle's position is updated to a new location by summing its velocity, thereby continuously exploring the search space for an optimal solution. Combined with the velocity formula, this approach balances global search capabilities with local convergence(Bechouat et al., 2017).

2.3 Surrogate Model Construction

To perform large-scale parameter sampling within a controlled computational budget, this study focuses on the calibrated optimal solution and performs LHS sampling within a $\pm 5\%$ neighborhood of each parameter (McKay et al., 2000). For the DDM model, 100 corresponding parameter vectors $\theta^{(k)}$ are generated, where $k = 1, \dots, 100$. The entire training set comprises 2,600 instances (26×100). Additionally, 650 independent test samples (26×25) were generated to evaluate the generalization capability of the surrogate model, with this ratio approximating an 80/20 training-to-test split.

RF is an ensemble learning method based on decision trees. In this study, a seven-dimensional vector of I-V and DDM model parameters is used as the input features for the RF, with the theoretical current obtained from the physical model serving as the output target. The surrogate model is trained on LHS samples within a $\pm 5\%$ neighborhood of the calibration optimal solution. RF hyperparameters are determined via cross-validation, and the DDM surrogate model employs 750 decision trees.

2.4 Multi-indicator sensitivity assessment framework

To comprehensively investigate the effect of PV model parameters on the output current, this study combines two different sensitivity metrics for cross-validation.

First is the MDI, a measure of feature importance built into the RF algorithm(Breiman, 2001). It quantifies the contribution of a feature during model training by measuring the reduction in node impurity achieved when splitting nodes based on that feature(Hoshyarzadeh et al., 2026).

MDI's strength lies in its high efficiency and compatibility with the learning mechanism of RF, which allows for rapid parameter selection. However, it tends to overemphasize features with high cardinality, as these are more likely to be selected as split nodes, leading MDI to overestimate the actual evaluation value(Li et al., 2019).

Next is the OFAT method, a local SA technique in which all other parameters are held at their baseline values while only the i -th parameter is varied to observe changes in the model output, thereby assessing the local sensitivity of that parameter and the direction of its influence(Saltelli et al., 2008).

However, OFAT can only reflect local linear effects near the reference point and cannot capture nonlinear interactions between parameters; therefore, this study defines it as a validation tool rather than a primary quantification method(Iooss & Lemaître, 2015).

III. Results and Discussion

3.1 Parameter Sensitivity Assessment Framework

Before conducting SA, this study first performed a per-unit value standardization procedure. Since this study uses different numerical definitions for MDI and OFAT, a direct comparison of their absolute values would lead to distorted results. The analysis using per-unit values is based on the following formula: $pu = \frac{|Value|}{\max |Value|}$. Using the maximum value of each parameter as the reference (1 pu) effectively eliminates dimensional differences, thereby verifying the consistency among different SA methods.

After completing the normalization of the target values, this study employs Pareto analysis to systematically classify the DDM model. The core logic of Pareto analysis lies in identifying the small number of key parameters that contribute the vast majority of the system's performance. This principle is described by the 80/20 rule, which states that 80% of the system's output is generated by a small number of factors, while the remaining 20% consists of a multitude of factors with negligible influence(Majka, 2024). In this study, the model scores were quantified and ranked using the MDI and OFAT. After training the RF model, this study utilized the root mean square error (RMSE) from the independent test set to validate the approximation quality of the surrogate model relative to the physical model. The experimental results show that the DDM model achieved an optimal RMSE of 0.008508.

The minimal prediction error clearly demonstrate that the RF model accurately captures the output characteristics of the original physical model within the parameter range under consideration. This high-precision approximation not only ensures the physical credibility of subsequent sensitivity analyses but also provides a robust and generalizable data foundation for quantifying parameter influences, allowing the conclusions to be regarded as reliable global sensitivity approximations within the specified parameter range.

This study defines three order-of-magnitude categories. By combining per-unit values with Pareto analysis, the DDM model parameters are classified into three levels based on their impact intensity: primary parameters, secondary parameters, and minor parameters. Major parameters are defined as those with $pu \geq 0.5$, primarily to identify a clear distinction in magnitude from secondary parameters. Based on data observations, the influence of major parameters is typically several times greater than that of secondary parameters; thus, in terms of contribution, they adhere to the Pareto principle, where a critical few account for over 80%

of the total parameter influence. Secondary parameters are defined as those with pu between 0.05 and 0.5. From an analytical perspective, while the influence of secondary parameters is less than that of primary parameters, they are crucial for capturing nonlinear inflection points. Minor parameters are those with a standard score below 0.05. These model parameters contribute less than 5% to the overall contribution and are considered to be of extremely low importance.

3.2 Sensitivity Analysis of the DDM Model

Table 1

Sensitivity analysis results of DDM parameters (MDI and OFAT)

	<i>Iph</i>	<i>n1</i>	<i>Isd1</i>	<i>n2</i>	<i>Isd2</i>	<i>Rsh</i>	<i>Rs</i>
MDI	0.0376	0.0115	0.0111	0.0108	0.0103	0.0095	0.0093
OFAT	0.0116	0.0025	0.0024	0.0003	0.0002	0.0001	0.0000

Table 1 presents the results of a SA of the DDM model's global importance for MDI and OFAT. The values of the two metrics are consolidated and presented, and the parameters are ranked using per-unit values and Pareto analysis.

Regarding the MDI results, there are significant differences in the distribution of feature importance among the seven DDM parameters. *Iph* has the highest value, reaching 0.0376, far exceeding the other parameters, followed in order by *n1* (0.0115), *Isd1* (0.0111), *n2* (0.0108), *Isd2* (0.0103), *Rs* (0.0095), and *Rsh* (0.0093). Using *Iph* as the reference (1 pu) for standardization, the results are: *n1* = 0.306 pu, *Isd1* = 0.295 pu, *n2* = 0.287 pu, *Isd2* = 0.274 pu, *Rs* = 0.253 pu, and *Rsh* = 0.247 pu.

By combining per-unit values and Pareto analysis, this study defines a classification criterion: primary parameters are those with $pu \geq 0.5$; secondary parameters are those with $0.05 \leq pu < 0.5$; and minor parameters are those with $pu < 0.05$. It can be seen that *Iph* is the sole primary parameter, with an order-of-magnitude difference of approximately 3.2 times compared to the secondary parameters; the pu values of the remaining six parameters (*n1*, *Isd1*, *n2*, *Isd2*, *Rsh*, and *Rs*) all have pu values falling between 0.05 and 0.5, and are all classified as secondary parameters. Furthermore, the differences among them are similar, indicating that the DDM model structure tends to equalize the relative influence of each parameter.

The OFAT analysis results also show that the *Iph* value is the most prominent, reaching 0.0116, which reflects its dominant influence on the output current near the local reference point. The next most significant values are *n1* and *Isd1*, at 0.0026 and 0.0024, respectively, while the values for *n2* and *Isd2* are relatively lower, at 0.0003 and 0.0002, respectively. Finally, the values of *Rs* and *Rsh* are -0.0001 and 0.0000, respectively, indicating that they make almost no significant contribution within the considered neighborhood. After performing the per-unit conversion with *Iph* as the reference, *n1* and *Isd1* are 0.216 pu and 0.207 pu, respectively, *n2* and *Isd2* are 0.026 pu and 0.017 pu, respectively, both below 0.03 pu, while *Rsh* and *Rs* are less than 0.01 pu. According to the classification criteria, *Iph* is the primary parameter, *n1* and *Isd1* are classified as secondary parameters, and the rest are categorized as minor parameters.

3.3 Discussion

By synthesizing the results of the two SA methods, MDI and OFAT, this study arrived at highly consistent conclusions regarding parameter ranking within the DDM model: I_{ph} was identified as the leading parameter across all method and model combinations by a substantial margin, with its influence far exceeding that of secondary and minor parameters. This aligns with the core characteristic of Pareto Analysis, wherein “a critical few dominate system output.” In the DDM model, the seven parameters of the DDM show a more evenly distributed importance compared to a simpler single-branch structure. I_{ph} retains its status as the primary parameter. The two methods maintain consistency in the relative ranking of parameters, indicating that the SA framework possesses robustness across model structures.

IV. Conclusion

This study establishes a parameter sensitivity framework centered on PSO-based parameter identification, with RF serving as both a surrogate model and an interpretive tool, and supplemented by MDI and OFAT for cross-validation. The framework systematically quantifies the magnitude and direction of the effects of each parameter in the DDM model on the output current.

In terms of parameter identification, the PSO algorithm demonstrated stable convergence in the nonlinear search space of the seven DDM parameters, achieving a minimum RMSE of 0.008508. The identified parameter combination was able to accurately reproduce the experimentally measured I-V curves, thereby establishing a physically reasonable baseline for subsequent SA.

In terms of SA, the ranking of per-unit values obtained using the MDI and OFAT methods showed a high degree of consistency, both pointing to the following conclusions. First, I_{ph} is the overwhelmingly dominant parameter in the DDM model. Second, the parameters $n1$ and $Isd1$ consistently rank as secondary parameters. Furthermore, the DDM model parameters $n2$ and $Isd2$ also fall within the range of secondary parameters, reflecting that the double-diode structure introduces quantifiable multi-parameter coupling effects. Finally, the series and parallel resistances R_s and R_{sh} are minor parameters within the considered domain, and their global impact on the output current can be neglected.

Overall, this study demonstrates the effectiveness of using ML surrogate models combined with interpretability tools to perform SA of PV parameters under limited computational resources. The analytical framework established in this study exhibits physical consistency and cross-metric robustness, providing a quantifiable and easily interpretable analytical foundation for the parameter optimization and calibration, performance diagnosis, and fault identification of solar cells.

References

- Ali, I. B., Naouar, M. W., & Monmasson, E. (2021). Parameters identification for a photovoltaic module: comparison between PSO, GA and CS metaheuristic optimisation algorithms. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 38(3-4), 211–230.
- Bechouat, M., Younsi, A., Sedraoui, M., Soufi, Y., Yousfi, L., Tabet, I., & Touafek, K. (2017). Parameters identification of a photovoltaic module in a thermal system using metaheuristic optimization methods. *International Journal of Energy and Environmental Engineering*, 8(4), 331–341.
- Breiman, L. (2001). Random forests. *Machine learning*, 45(1), 5–32.
- Hamby, D. M. (1994). A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models. *Environmental monitoring and assessment*, 32(2), 135–154.
- Hoshyarzadeh, R., Hafshejani, L. D., Tishehzan, P., & PaRsaie, A. (2026). A hybrid framework of feature selection and interpretability for dissolved oxygen prediction in drinking water treatment plants. *Scientific Reports*.
- Iooss, B., & Lemaître, P. (2015). A review on global sensitivity analysis methods. *Uncertainty management in simulation-optimization of complex systems: algorithms and applications*, 101–122.
- Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization (PSO). Proc. IEEE international conference on neural networks, Perth, Australia,
- Li, X., Wang, Y., Basu, S., Kumbier, K., & Yu, B. (2019). A debiased MDI feature importance measure for random forests. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 32.
- Louppe, G., Wehenkel, L., Suter, A., & Geurts, P. (2013). Understanding variable importances in forests of randomized trees. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 26.
- Lundberg, S. M., & Lee, S.-I. (2017). A unified approach to interpreting model predictions. *Advances in neural information processing systems*, 30.
- Majka, M. (2024). Pareto analysis: The 80/20 rule for effective decision-making. In: Researchgate.
- McKay, M. D., Beckman, R. J., & Conover, W. J. (2000). A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, 42(1), 55–61.
- Razavi, S., & Gupta, H. V. (2016). A new framework for comprehensive, robust, and efficient global sensitivity analysis: 2. Application. *Water Resources Research*, 52(1), 440–455.
- Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., Saisana, M., & Tarantola, S. (2008). *Global sensitivity analysis: the primer*. John Wiley & Sons.
- Villalva, M. G., Gazoli, J. R., & Ruppert Filho, E. (2009). Comprehensive approach to modeling and simulation of photovoltaic arrays. *IEEE Transactions on power electronics*, 24(5), 1198–1208.

Application of Safety-Constrained Reinforcement Learning in Robust UAV Hovering

Yong-Jie Ning, Bo-Cing Wu, Guan-Yu Chen, Po-Ju Chen, Yan-Hao Huang*

Abstract

The evolution of autonomous control in unmanned aerial vehicles (UAVs) is transitioning from algorithms that rely purely on trial-and-error learning toward safety-constrained control architectures. This study proposes and empirically validates a novel control system that fuses physical boundary constraints via Control Barrier Functions (CBFs) with the Soft Actor-Critic (SAC) algorithm. Relying exclusively on physical constraints to precisely delineate a safety manifold, this framework enforces strict hard filtering and enables safe policy exploration. Comparative experiments demonstrate that this mechanism not only eradicates collision risks during the initial stages of training but also significantly enhances the stability of the policy training and convergence process by filtering out substantial amounts of hazardous and invalid exploratory actions. These results provide a robust theoretical and empirical foundation for developing autonomous UAV systems characterized by high stability and hard safety guarantees.

Keywords: Unmanned Aerial Vehicle, Reinforcement Learning, Soft Actor-Critic (SAC), Control Barrier Function, Robust Hovering.

Yong-Jie Ning, Student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University, E-mail: 11122130@gm.nttu.edu.tw

Bo-Cing Wu, Student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University, E-mail: 11122121@gm.nttu.edu.tw

Guan-Yu Chen, Student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University, E-mail: 11325103@gm.nttu.edu.tw

Po-Ju Chen, Student, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University, E-mail: 11325102@gm.nttu.edu.tw

Yan-Hao Huang (Corresponding Author), Assistant Professor, Department of Green Energy and Information Technology, National Taitung University, E-mail: yhhuang@nttu.edu.tw

安全約束強化學習在穩健無人機懸停的應用

甯勇捷、吳柏慶、陳冠佑、陳柏儒、黃彥皓*

摘要

無人機自主控制技術正從單純依賴試錯學習的演算法，逐步邁向受安全約束的控制架構。本研究提出並實證了一種新型控制系統，將基於控制屏障函數 (CBFs) 的物理邊界約束，與柔性行動者-評論家 (Soft Actor-Critic, SAC) 演算法進行深度融合。本框架僅憑藉物理約束來精準界定安全流形，藉此執行嚴格的硬性過濾並實現安全的策略探索。對比實驗結果表明，此機制不僅徹底消弭了訓練初期的碰撞風險，更透過濾除大量具危險性且無效的探索動作，顯著提升了策略訓練與收斂過程的穩定性。本研究之成果，為建構兼具高穩定性與硬性安全保證的無人機自主系統，奠定了堅實的理論與實證基礎。

關鍵字：無人機、強化學習、柔性行動者-評論家 (SAC)、控制屏障函數、穩健懸停。

甯勇捷，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，E-mail: 11122130@gm.nttu.edu.tw
吳柏慶，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，E-mail: 11122121@gm.nttu.edu.tw
陳冠佑，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，E-mail: 11325103@gm.nttu.edu.tw
陳柏儒，國立臺東大學綠能與資訊科技學系學生，E-mail: 11325102@gm.nttu.edu.tw
黃彥皓(通訊作者)，國立臺東大學綠能與資訊科技學系助理教授，E-mail: yhhuang@nttu.edu.tw

1. Introduction

As unmanned aerial vehicle (UAV) applications grow increasingly pervasive (Rezwan & Choi, 2022), achieving safety guarantees in UAV control has emerged as a central challenge (Ma et al., 2024). To address this issue, this research explores a strictly self-constrained control architecture by defining physical boundary laws as Control Barrier Functions (CBF) (Ames et al., 2019). These functions are deployed as real-time action filters integrated within the Soft Actor-Critic (SAC) algorithm (Haarnoja et al., 2018).

This unified strategy, hereafter denoted as the CBF-SAC architecture, leverages SAC's intrinsic maximum entropy mechanism to encourage robust exploration. To bridge the gap between stochastic exploration and operational safety, the CBF component serves as an execution-level safeguard. The fundamental value of this framework lies in its capacity to constrain the agent's behavior entirely within a mathematically defined safety manifold. The primary contributions of this work are summarized as follows:

- **Novel Hybrid Control Architecture:** We propose the CBF-SAC framework, which integrates Control Barrier Functions as a real-time execution-level filter within the SAC algorithm.
- **Hard Safety Guarantees:** By defining physical boundary laws through CBFs, we provide a mathematically defined safety manifold that strictly enforces UAV operational limits (30cm to 200cm) regardless of the agent's exploratory actions.
- **Enhanced Training Stability:** Empirical results demonstrate that the proposed architecture eliminates 99.9% of safety violations (reducing instances from 1,567 to 2) and mitigates gradient volatility, ensuring a smooth and monotonic convergence process compared to unconstrained baselines.

2. Methodology

2.1 SAC algorithm

The autonomous hovering task is modeled as a Markov Decision Process (MDP). In this research, we employ the SAC algorithm (Haarnoja et al., 2018) to navigate the continuous state and action spaces of a UAV. SAC operates within a maximum entropy framework by modifying the standard reinforcement learning objective to incorporate the expected entropy of the policy. This yields the following augmented objective:

$$J(\pi) = \sum_{t=0}^T \mathbb{E}_{(s_t, a_t) \sim p_{\pi}} [r(s_t, a_t) + \alpha \mathcal{H}(\pi(\cdot | s_t))]. \quad (1)$$

where $r(s_t, a_t)$ represents the reward function designed to penalize altitude error, and $\mathcal{H}(\pi)$ is the entropy term that encourages the UAV to explore diverse thrust commands. The temperature coefficient α balances the trade-off between reward exploitation and entropy exploration, directly influencing the stochasticity of the UAV's flight behavior. In our implementation, the state s_t is defined as the one-dimensional altitude error, while the action a_t corresponds to the normalized vertical thrust within the range of $[-1.0, 1.0]$. The actor network updates its parameters θ by minimizing the expected Kullback-Leibler (KL) divergence, effectively projecting the policy toward the exponential of the soft Q-values:

$$J_{\pi}(\phi) = \mathbb{E}_{s_t \sim \mathcal{D}} \left[D_{KL} \left(\pi_{\phi}(\cdot | s_t) \parallel \frac{\exp(Q_{\theta}(s_t, \cdot))}{Z_{\theta}(s_t)} \right) \right] \quad (2)$$

Here, $Q_{\theta}(s_t, \cdot)$ denotes the soft Q-value that estimates the long-term return of a specific thrust action, and $Z_{\theta}(s_t)$ is the partition function that normalizes the target distribution. By integrating these objectives, the SAC agent learns to map altitude errors to optimal motor commands without prior knowledge of the vehicle's mass. This maximum entropy approach ensures that the UAV can reliably discover the equilibrium thrust needed for a stable hover within the AirSim environment.

2.2 Safety Filtering Mechanism of CBF

Although the SAC approach excels at driving exploratory behavior and optimizing cumulative returns, its fundamental reliance on stochastic sampling cannot inherently ensure operational safety during the policy learning process. To address this critical deficiency and enforce absolute physical boundaries, our methodology incorporates a CBF (Ames et al., 2019) acting as an execution-level safeguard. Building upon the robust safety manifold and dynamic velocity constraints validated in recent research (Huang et al., 2025), we define a safe altitude range of 30cm to 200cm. Consequently, only safe actions filtered by the CBF are transmitted to the UAV for execution.

Specifically, as the drone approaches either the upper or lower altitude limits, the permissible velocity toward that boundary decays quadratically to ensure smooth deceleration. Furthermore, if the distance to the boundary falls below a critical 10% threshold of the operational range, the system enforces a strict, constant repulsion limit to absolutely prevent boundary violations.

3. Experiments and Discussion

The experiments and training in this study are all conducted in the Microsoft AirSim virtual simulation environment (Shah et al., 2017) equipped with a high-fidelity physics engine. Regarding the core architecture definition, this research is divided into two groups. The first is the pure SAC baseline group, where the agent learns the control policy from scratch without introducing any safety constraints, outputting an uncorrected raw action based on the current observation space at each time step. The second is the CBF-SAC safety group, which incorporates the CBF as a real-time safety filter.

3.1 Learning Convergence and Safety Boundary Performance

To evaluate the learning dynamics of the control policies, we conducted training sessions where the UAV's initial altitude varied randomly between 50 and 80 cm, with a target hovering altitude fixed at 100 cm. The convergence stability was assessed by recording the actor loss over one million training steps, as illustrated in **Figure 1**.

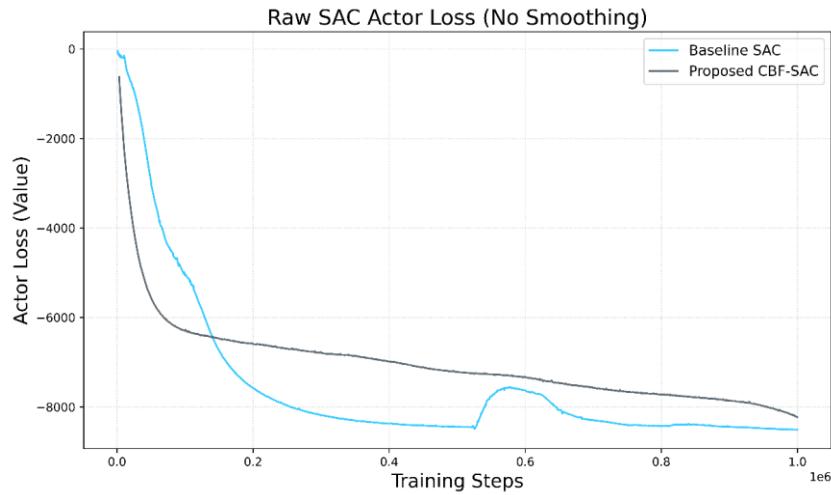


Figure 1. Comparison of raw actor loss during the training phase

In the SAC architecture, the actor network minimizes this loss to maximize the union of expected returns and policy entropy. As shown by the light blue line in Figure 1, the baseline SAC exhibits an initial rapid decline but suffers from a severe gradient rebound near the 500,000-step mark. This instability is fundamentally rooted in unconstrained stochastic exploration; without physical boundaries, the agent frequently enters high-risk states, triggering drastic fluctuations in policy entropy and destabilizing the gradient updates.

In contrast, our proposed CBF-SAC framework (dark gray line) maintains a remarkably smooth and monotonic convergence. This superior stability stems from the real-time pruning of hazardous exploratory actions. By integrating the Control Barrier Function as a persistent safety filter, the agent is prevented from executing invalid actions that would otherwise lead to catastrophic failures and gradient volatility.

Table 1

Number of safety violations.

	SAC	CBF-SAC
Safety Violation Count	1567	2

The quantitative results in **Table 1** further validate the efficacy of this mechanism. While the baseline SAC recorded 1,567 safety violations, the CBF-SAC reduced this figure to a negligible two instances. These rare occurrences are attributed to sampling delays in discrete-time control rather than a failure of the safety manifold itself. By effectively filtering out the vast majority of hazardous actions, the CBF provides an indispensable hard physical guarantee, ensuring that the reinforcement learning process yields a highly reliable and operationally safe control policy.

3.2 Hovering Precision and Dynamic Response Analysis

To evaluate the operational efficacy of the proposed safety-constrained framework, this section conducts a comparative analysis of hovering precision and transient response characteristics. Precise altitude maintenance is a fundamental requirement for UAV autonomous missions, serving as a critical benchmark for both control accuracy and system

stability. By subjecting both the baseline SAC and the proposed CBF-SAC models to a standardized hovering task, we aim to investigate how the integration of Control Barrier Functions (CBFs) influences the agent's ability to minimize steady-state error while maintaining a stable vertical trajectory. The following results highlight the distinct behaviors of the two algorithms in reconciling exploratory freedom with rigorous physical constraints.

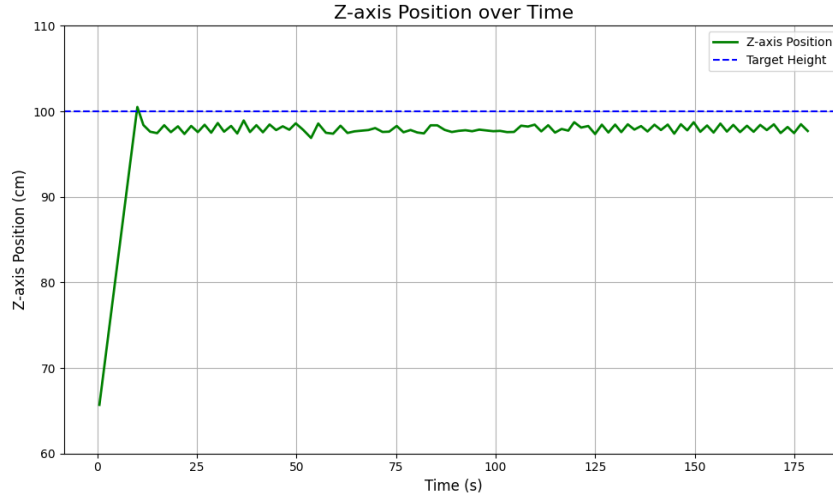


Figure 2. Altitude tracking performance of the baseline SAC algorithm.

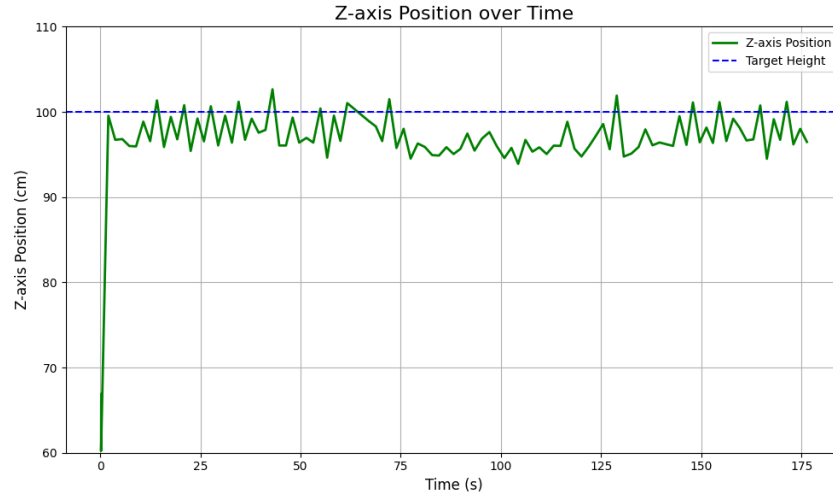


Figure 3. Altitude tracking performance of the baseline CBF-SAC algorithm.

Figures 2 and 3 illustrate the altitude tracking performance of both algorithms during the Z-axis autonomous hovering task, with the target altitude fixed at 100 cm. In the baseline SAC trajectory (Figure 2), the agent converges near 98 cm, resulting in a steady-state error of approximately 2 cm. This suggests that without hard boundary constraints, the SAC agent tends to converge toward a slightly conservative policy to prioritize trajectory smoothness.

In contrast, the CBF-SAC architecture (Figure 3) maintains the UAV much closer to the 100 cm target, yet the trajectory exhibits noticeable high-frequency chattering effects. This phenomenon is fundamentally a manifestation of the intrinsic conflict between SAC's stochastic exploration and the CBF's deterministic safety interventions. While the SAC agent

attempts diverse and potentially aggressive actions to maximize policy entropy, the CBF's quadratic decay mechanism imposes strict, non-linear velocity restrictions. Consequently, whenever the agent proposes a radical exploratory action that threatens boundary safety, the CBF instantaneously performs action clipping. This rapid alternation between stochastic exploration and rigid safety truncation interferes with the policy's smoothness, thereby inducing the observed chattering.

Table 2

Comparison of altitude root mean square error (RMSE).

	SAC	CBF-SAC
Altitude Root Mean Square Error (cm)	4.00	6.13

The impact of this chattering is quantified in **Table 2**, which compares the Altitude Root Mean Square Error (RMSE). The data reveals that the baseline SAC achieves an RMSE of 4.00 cm, whereas the CBF-SAC yields a slightly higher RMSE of 6.13 cm. This marginal increase in tracking error is the direct physical consequence of the active interventions required to ensure absolute safety.

Ultimately, these results highlight the core design philosophy of our framework. While the active interventions of the CBF induce a minor drop in trajectory smoothness, they successfully guarantee the absolute physical integrity of the system by eliminating catastrophic boundary violations. In practical UAV applications, a hovering error within six centimeters remains a high standard of precision. Thus, the CBF-SAC architecture represents a justifiable trade-off, accepting a minimal compromise in smoothness to achieve hard safety guarantees during the neural network's exploration process.

4. Conclusion

This study presented and empirically validated a safety-constrained reinforcement learning architecture, CBF-SAC, designed for robust UAV autonomous hovering. By integrating CBF directly into the maximum entropy framework of the SAC algorithm, the proposed methodology successfully enforces strict physical boundaries. Comparative evaluations demonstrated that the CBF-SAC framework drastically reduces catastrophic boundary violations from 1,567 instances in the baseline SAC to merely two—during the critical early training phases. Furthermore, the active pruning of the hazardous action space significantly improves training stability by mitigating the severe gradient fluctuations observed in the unconstrained baseline, ensuring a smooth and monotonic convergence process. Although the instantaneous intervention of the safety filter induces minor high-frequency chattering, the resulting centimeter-level compromise in precision is a justifiable trade-off for absolute physical safety. Future research will focus on extending this architecture to address highly dynamic external disturbances, such as turbulent wind fields, to further advance the robustness of hybrid intelligence in safety-critical autonomous systems.

References

- Ames, A. D., Coogan, S., Egerstedt, M., Notomista, G., Sreenath, K., & Tabuada, P. (2019, June). Control barrier functions: Theory and applications. In 2019 18th European control conference (ECC) (pp. 3420-3431). Ieee.
- Haarnoja, T., Zhou, A., Abbeel, P., & Levine, S. (2018, July). Soft actor-critic: Off-policy maximum entropy deep reinforcement learning with a stochastic actor. In *International conference on machine learning* (pp. 1861-1870). Pmlr.
- Huang, Y. H., Liu, E. J., Wu, B. C., & Ning, Y. J. (2025). Safe UAV Control Against Wind Disturbances via Demonstration-Guided Reinforcement Learning. *Drones*, 10(1), 2.
- Ma, Z., You, J., Zhang, Y., Cheng, Y., & Shao, J. (2024). Reinforcement learning-based dynamic coverage control of multi-rotor UAVs with safety priority. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*.
- Rezwan, S., & Choi, W. (2022). Artificial intelligence approaches for UAV navigation: Recent advances and future challenges. *IEEE access*, 10, 26320-26339.
- Shah, S., Dey, D., Lovett, C., & Kapoor, A. (2017, November). AirSim: High-fidelity visual and physical simulation for autonomous vehicles. In *Field and service robotics: Results of the 11th international conference* (pp. 621-635). Cham: Springer International Publishing.